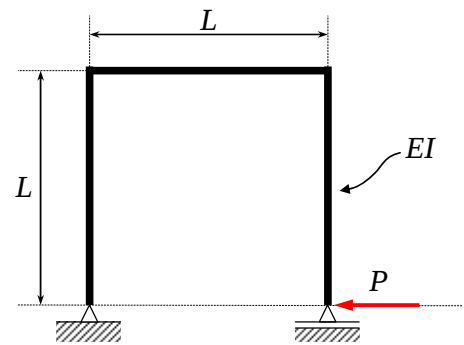
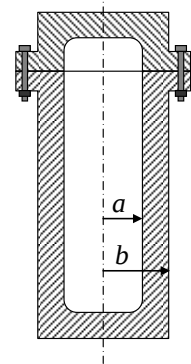


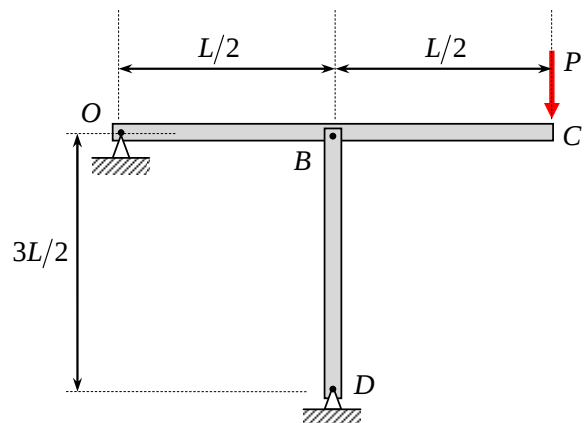
Problema 1. Considere o pórtico mostrado na figura ao lado. A seção transversal das barras, todas de comprimento L , possui rigidez a flexão representada por EI . Utilizando o teorema de Castigliano, determine o deslocamento horizontal (2,0 pontos) e a rotação (1,0 ponto) do ponto A em função da carga concentrada P (3,0 pontos).



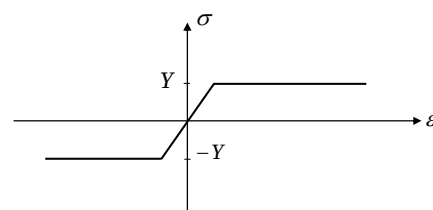
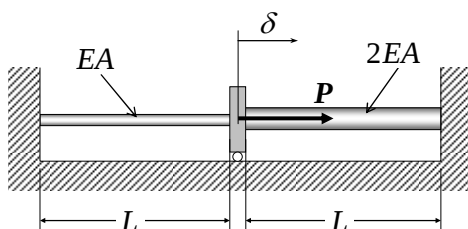
Problema 2. O vaso de pressão cilíndrico esquematicamente mostrado na figura ao lado, cujo material tem limite de escoamento de 350 MPa, foi dimensionado para operar a uma pressão interna máxima de 5.000 psi (34,5 MPa). Seu raio externo, b , mede 90,5 mm e seu raio interno, a , mede 41,3 mm. Calcule as tensões normais radial, circunferencial e axial máximas quando o vaso está sob a pressão máxima de operação. Considerando os critérios de escoamento de von Mises e Tresca, determine os respectivos fatores de segurança de operação (3,0 pontos).



Problema 3. Considere a estrutura mostrada na figura ao lado, onde $L = 200$ mm. Os apoios nos pontos O, B e D não transmitem momentos. A barra OC e a barra BD são fabricadas de materiais cujos módulos de elasticidade são idênticos e iguais a 200 GPa, e cujos limites de escoamento são respectivamente $Y_V = 480$ MPa e $Y_B = 180$ MPa. A seção transversal dos dois componentes é quadrada de lado $a = 5$ mm. Determine o valor da carga que leva a estrutura ao colapso (2,0 pontos).

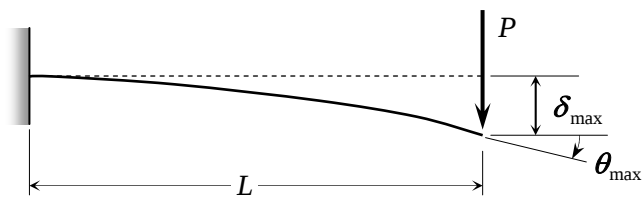


Problema 4. Considere o conjunto formado por duas barras mostrado na figura abaixo. As barras de comprimentos idênticos são fabricadas do mesmo material, que pode ser considerado elástico/perfeitamente-plástico (ver o diagrama tensão vs. deformação esquematicamente apresentado). A área da seção transversal da barra da direita é o dobro da outra. O conjunto é submetido a um ciclo de carregamento e descarregamento de tal forma que o deslocamento máximo atingido chegue a um valor $\delta_{\max} = 3YL/E$. Determine o deslocamento residual do conjunto, δ_R , após a remoção da carga P . Verifique também se o conjunto permanece com alguma tensão residual quando o carregamento é removido. (2,0 pontos).



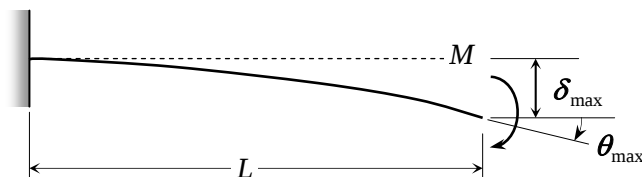
Carga Crítica de Flambagem $P_{cr} = c \frac{EI}{L^2}$	Tipo de Apoio	c
	Simples-Simples	π^2
	Engastada-Livre	$\pi^2/4$
	Engastada-Simples	20.2
	Engastada-Engastada	$4\pi^2$

Tensão de Flexão $\sigma_{xx}(x, y) = -y \frac{M(x)}{I}$	Momento de Inércia para seção		
	Circular $I = \frac{\pi D^4}{64}$	Retangular $I = \frac{bh^3}{12}$	Tubular ($D \gg t$) $I = \frac{\pi D^3 t}{8}$



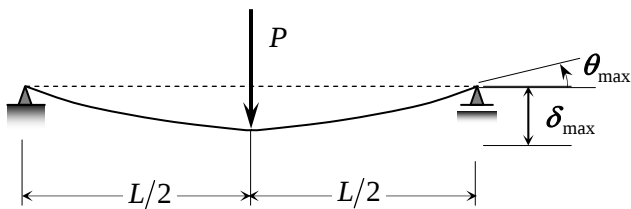
$$\delta(x) = \frac{Px^2}{6EI}(3L - x)$$

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta_{\max} = \frac{PL^2}{2EI}$$



$$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI}$$

$$\delta_{\max} = \frac{ML^2}{2EI} \quad \theta_{\max} = \frac{ML}{EI}$$



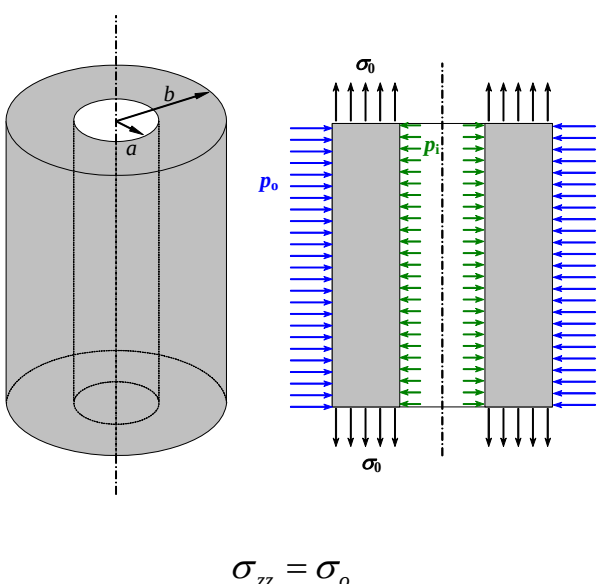
$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{P}{48EI}(3L^2x - 4x^3), & x < L/2 \\ \frac{P}{6EI}\left(3L^2x - 4x^3 + 8\left(x - \frac{L}{2}\right)^3\right), & x > L/2 \end{cases}$$

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{48EI} \quad \theta_{\max} = \frac{PL^2}{16EI}$$

Comportamento Elastoplástico de Vigas de Seção Retangular	
$M_Y = \frac{bh^2S_Y}{6}$	$M_L = \frac{3}{2}M_Y$

Energia de Deformação		Teorema de Castigliano		
Vigas em Flexão	$U = \int \frac{M^2}{2EI} ds$	$\delta = \frac{\partial U}{\partial P}$	Vigas em Flexão	$\delta = \frac{1}{EI} \int \frac{\partial M}{\partial P} M ds$
Eixos em Torção	$U = \int \frac{T^2}{2GJ} ds$		Eixos em Torção	$\delta = \frac{1}{GJ} \int \frac{\partial T}{\partial P} T ds$
Barras sob Esforço Axial	$U = \int \frac{N^2}{2EA} ds$		Barras sob Esforço Axial	$\delta = \frac{1}{EA} \int \frac{\partial N}{\partial P} N ds$

Estado Plano de Tensões $\sigma_{av} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}$ $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$ $\sigma_I = \sigma_{av} + R$ $\sigma_{II} = \sigma_{av} - R$	Tensão Cisalhante Máxima $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ Tensão de von Mises $\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)}$
Critério de Tresca: $\tau_{\max} < S_y/2$	Critério de von Mises: $\sigma_{VM} < S_y$

Vasos de Pressão Cilíndricos (Parede Grossa) $\sigma_{rr}(r) = -\frac{\left(\frac{b^2}{r^2} - 1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_o$ $\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{\left(\frac{b^2}{r^2} + 1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_o$	 $\sigma_{zz} = \sigma_o$
---	--