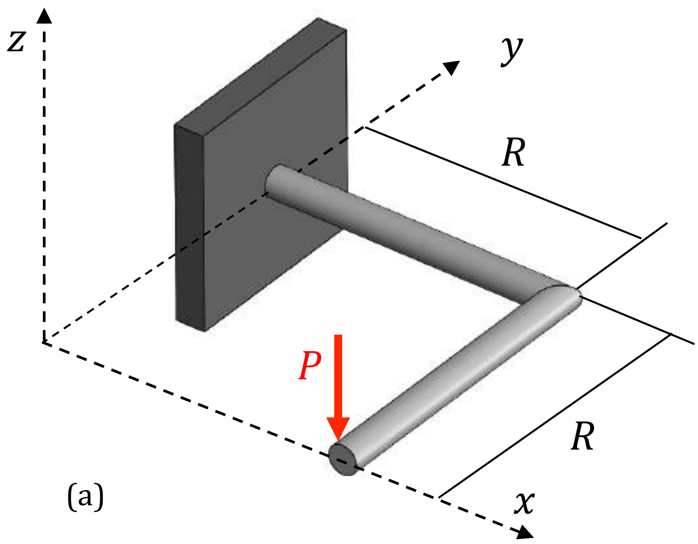
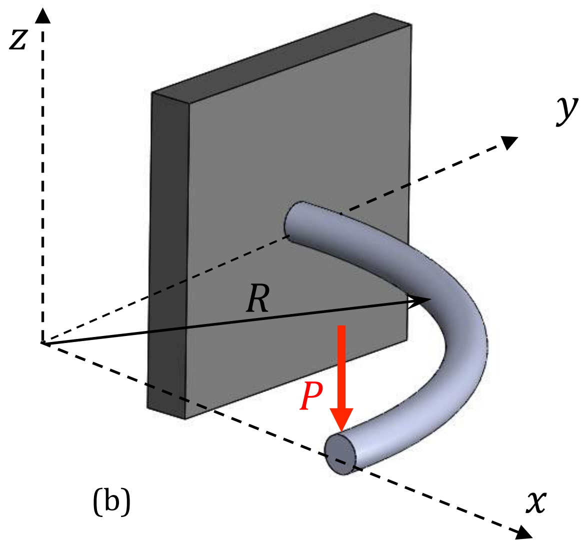
Problema 1 (4,0 pontos). Considere as duas barras mostradas nas Figuras (a) e (b) abaixo. Nos dois casos, as vigas têm módulo de elasticidade E e seção transversal circular com momento de inércia I e momento polar de inércia $J = 2I$. Determine os deslocamentos na direção z dos pontos das vigas onde os carregamentos são aplicados. Utilize o Teorema de Castigliano desprezando a contribuição do esforço cortante para a energia de deformação.

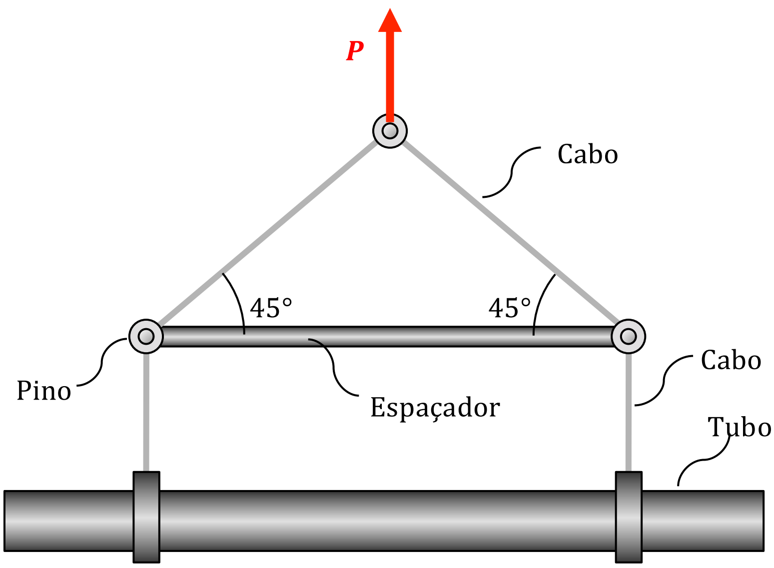




Problema 2 (3,5 pontos). Considere um tubo de aço carbono com 100 mm de diâmetro externo e 10 mm de espessura. O limite de escoamento do material do tubo é de 800 MPa. Utilizando tanto o modelo de cilindros de paredes finas quanto a solução exata pela teoria da elasticidade (solução de Lamé para cilindros de paredes grossas), determine as tensões produzidas no tubo quando ele é submetido às pressões internas e externas nos dois casos apresentados na tabela abaixo. Utilizando o critério de Tresca, determine, para os Casos 1 e 2, quais são os coeficientes de segurança obtidos empregando-se ambos os modelos matemáticos.

	Caso 1	**Caso 2**
Pressão Interna	Atmosférica (0.1 MPa)	35 MPa
Pressão Externa	30 MPa	Atmosférica (0.1 MPa)

Problema 3 (2,5 pontos). O arranjo de suspensão para levantar um tubo é mostrado na figura ao lado. O espaçador tem seção tubular com diâmetro externo de 50 mm e diâmetro interno de 35 mm. Seu comprimento é de 3 m e seu módulo de elasticidade de 200 GPa. Utilizando um coeficiente de segurança de 2,5 em relação à flambagem, determine qual o peso máximo de tubo que pode ser levantado.



Fórmulas:

Energia de Deformação		**Teorema de Castigliano**		
Vigas em Flexão	$U=\int \frac{M^2}{2EI}ds$	$\delta=\frac{\partial U}{\partial P}$	Vigas em Flexão	$\delta=\frac{1}{EI}\int \frac{\partial M}{\partial P}Mds$
Eixos em Torção	$U=\int \frac{T^2}{2GJ}ds$		Eixos em Torção	$\delta=\frac{1}{GJ}\int \frac{\partial T}{\partial P}Tds$

$$\int \sin\theta\, d\theta = -\cos\theta \qquad \int \cos\theta\, d\theta = \sin\theta \qquad \int \sin^2\theta\, d\theta = \frac{\theta}{2}-\frac{\sin 2\theta}{4}$$

$$\int \cos^2\theta\, d\theta = \frac{\theta}{2}+\frac{\sin 2\theta}{4} \qquad \int \sin\theta\cos\theta\, d\theta = -\frac{\cos 2\theta}{4}$$

Critério de Tresca: $\tau_{\max} = (\sigma_1-\sigma_3)/2 < S_y/2$

Tensão de Flexão	**Momento de Inércia para seção**		
$\sigma_{xx}(x,y)=-y\frac{M(x)}{I}$	Circular $I=\frac{\pi D^4}{64}$	Retangular $I=\frac{bh^3}{12}$	Tubular $I=\frac{\pi}{4}(b^4-a^4)$

Carga Crítica de Flambagem	**Tipo de Apoio**	c
$P_{cr}=c\frac{EI}{L^2}$	Simples-Simples	π^2
	Engastada-Livre	$\pi^2/4$
	Engastada-Simples	20,2
	Engastada-Engastada	$4\pi^2$

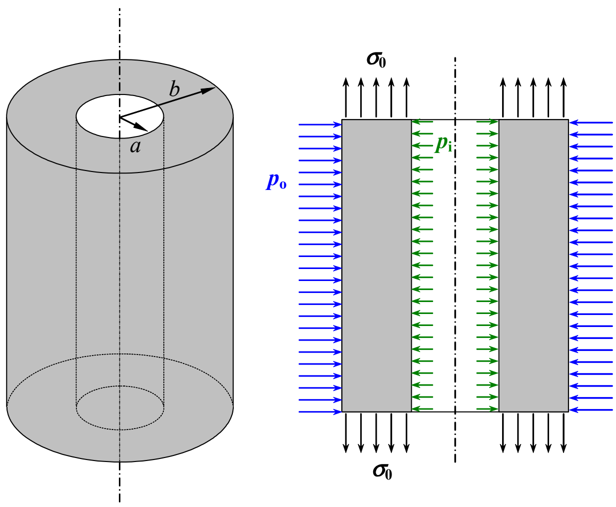
Vasos de Pressão Cilíndricos

(Solução de Lamé - Parede Grossa)

$$\sigma_{rr}(r) = -\frac{\left(\frac{b^2}{r^2}-1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)}p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2}-\frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)}p_o$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{\left(\frac{b^2}{r^2}+1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)}p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2}+\frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)}p_o$$

$$\sigma_{zz}(r) = \frac{1}{\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)}p_i - \frac{\frac{b^2}{a^2}}{\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)}p_o$$



Vasos de Pressão Cilíndricos (Parede Fina): Raio externo b e espessura $t=b-a$ ($b \gg t$).

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{(p_i-p_o)b}{t}, \qquad \sigma_{zz} = \frac{(p_i-p_o)b}{2t} \qquad \text{e} \quad \sigma_{rr}\approx 0$$