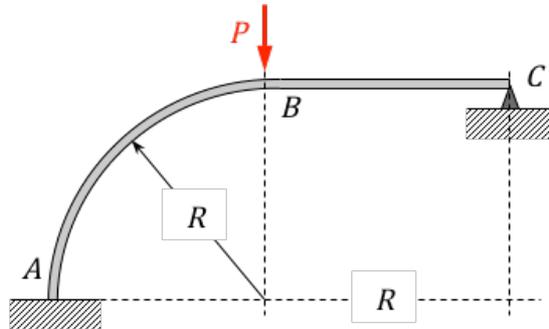
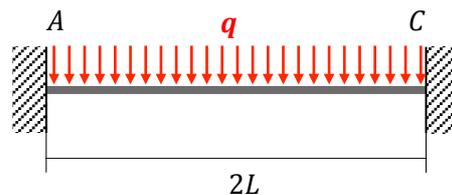


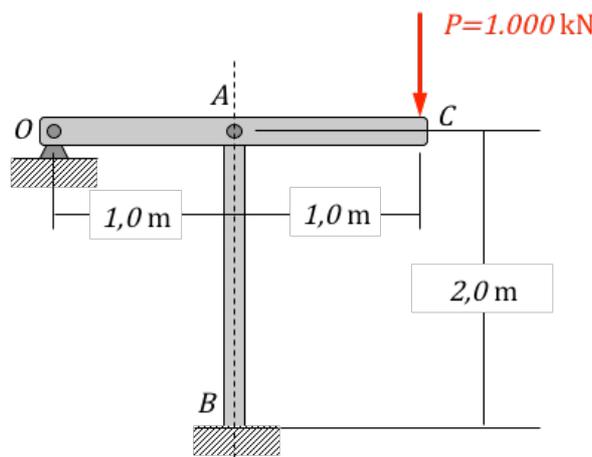
**Problema 1 (3,5 pontos).** A viga abaixo possui módulo de elasticidade  $E$  e seção transversal com momento de inércia  $I$ , determine as reações em  $A$  e  $C$  (2,0 pontos) e o deslocamento vertical do ponto de aplicação da carga  $P$  (1,5 pontos).



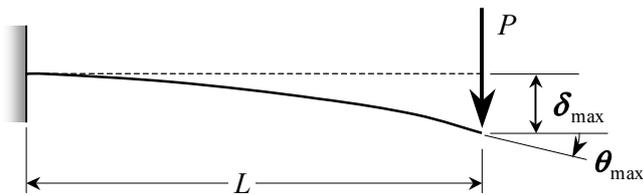
**Problema 2 (3,5 pontos).** A viga biengastada mostrada na figura abaixo, com comprimento  $2L$ , tem seção retangular de altura  $h$  e largura  $b$ . Ela é fabricada de um material cujo comportamento elastoplástico pode ser modelado como elástico/perfeitamente-plástico, com módulo de elasticidade  $E$  e limite de escoamento  $S_y$ . Lembre-se que o momento fletor que leva uma viga de seção retangular ao colapso plástico é  $M_L = 1,5 M_Y$ , onde  $M_Y = S_y b h^2 / 6$  é o momento fletor que produz o início do escoamento na viga. (a) Determine  $q_Y$ , a carga distribuída que leva ao início do escoamento na viga (1,5 pontos); (b) Determine  $q_L$ , a carga distribuída que leva a viga ao colapso plástico (2,0 pontos).



**Problema 3 (3,0 pontos).** O tubo de alumínio  $AB$ , de seção transversal circular com diâmetro  $d = 200$  mm e espessura  $t$ , é engastado na sua base  $B$  enquanto suporta a barra horizontal  $OC$ , à qual está conectado por um pino que trabalha sem atrito. A barra horizontal é carregada em sua extremidade  $C$  por uma força vertical  $P = 1.000$  kN. O módulo de elasticidade do tubo de alumínio é  $E = 72$  GPa. Determine a mínima espessura  $t$  para o tubo considerando a sua falha por flambagem. Utilize um coeficiente de segurança  $n = 4,0$  contra a flambagem.

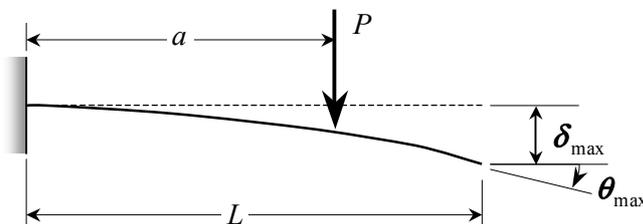


<p><b>Carga Crítica de Flambagem</b></p> $P_{cr} = c \frac{EI}{L^2}$	<b>Tipo de Apoio</b>	$c$
	Simples-Simples	$\pi^2$
	Engastada-Livre	$\pi^2/4$
	Engastada-Simples	20,2
	Engastada-Engastada	$4\pi^2$



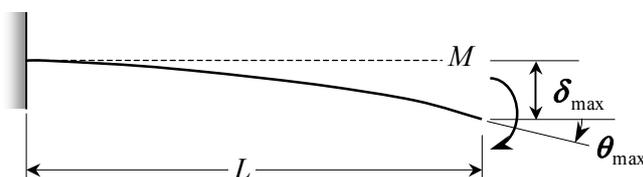
$$\delta(x) = \frac{Px^2}{6EI}(3L-x)$$

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta_{\max} = \frac{PL^2}{2EI}$$



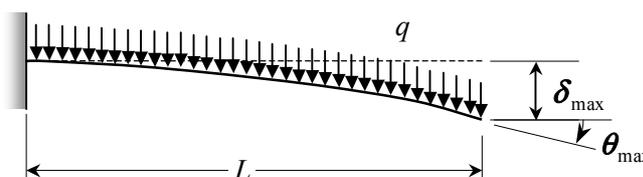
$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{P}{6EI}(3x^2a-x^3), & x < a \\ \frac{P}{6EI}(3x^2a-x^3+(x-a)^3), & x > a \end{cases}$$

$$\delta_{\max} = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI} \quad \theta_{\max} = \frac{Pa^2}{2EI}$$



$$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI}$$

$$\delta_{\max} = \frac{ML^2}{2EI} \quad \theta_{\max} = \frac{ML}{EI}$$



$$\delta(x) = \frac{qx^2}{24EI}(x^2+6L^2-4Lx)$$

$$\delta_{\max} = \frac{qL^4}{8EI} \quad \theta_{\max} = \frac{qL^3}{6EI}$$

Tensão de Flexão	Momento de Inércia para Seção		
	$\sigma_{xx}(x,y) = -y \frac{M(x)}{I}$	Circular $I = \frac{\pi D^4}{64}$	Retangular $I = \frac{bh^3}{12}$

Energia de Deformação		Teorema de Castigliano		
Vigas em Flexão	$U = \int \frac{M^2}{2EI} ds$	$\delta = \frac{\partial U}{\partial P}$	Vigas em Flexão	$\delta = \frac{1}{EI} \int \frac{\partial M}{\partial P} M ds$
Eixos em Torção	$U = \int \frac{T^2}{2GJ} ds$		Eixos em Torção	$\delta = \frac{1}{GJ} \int \frac{\partial T}{\partial P} T ds$
Barras sob Esforço Axial	$U = \int \frac{N^2}{2EA} ds$		Barras sob Esforço Axial	$\delta = \frac{1}{EA} \int \frac{\partial N}{\partial P} N ds$

$$\int \sin \theta d\theta = -\cos \theta$$

$$\int \cos \theta d\theta = \sin \theta$$

$$\int \sin^2 \theta d\theta = \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4}$$

$$\int \cos^2 \theta d\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4}$$

$$\int \sin \theta \cos \theta d\theta = -\frac{\cos 2\theta}{4}$$