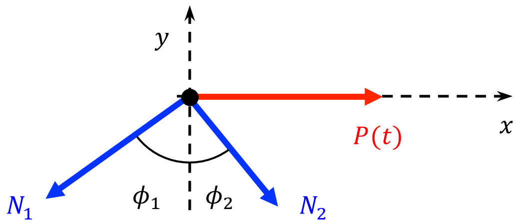
Problema 1.

Equilíbrio no nó da treliça onde a carga horizontal é aplicada:



$$-N_1\cos\phi_1 - N_2\cos\phi_2 = 0$$

$$-N_1\sin\phi_1 + N_2\sin\phi_2 + P(t) = 0$$

$$\cos\phi_1 = 3/5 \qquad \sin\phi_1 = 4/5$$

$$\cos\phi_2 = \sqrt{2}/2 \qquad \sin\phi_2 = \sqrt{2}/2$$

$$\begin{cases} -3N_1/5 - \sqrt{2}N_2/2 = 0 \\ -4N_1/5 + \sqrt{2}N_2/2 + P(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow N_1 = 5P(t)/7 \text{ e } N_2 = -3\sqrt{2}P(t)/7$$

Para $P(t) > 0$, N_2 é negativo e a barra 2 está sujeita à flambagem. Logo,

$$\frac{3\sqrt{2}}{7}P_{\max} < \pi^2\frac{EI_2}{L_2^2} \Rightarrow P_{\max} < \frac{7\sqrt{2}\pi^2}{6}\frac{EI_2}{L_2^2} = 241\text{ N}$$

Para $P(t) < 0$, N_1 é negativo e a barra 1 está sujeita à flambagem. Logo,

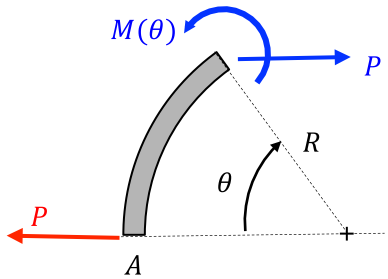
$$\frac{5}{7}P_{\max} < \pi^2\frac{EI_1}{L_1^2} \Rightarrow P_{\max} < \frac{7\pi^2}{5}\frac{EI_1}{L_1^2} = 36{,}8\text{ N}$$

Portanto:

$$P_{\max} < 36{,}8\text{ N}$$

Problema 2.

(a) Variação na distância AB ($\Delta\overline{AB} = \delta$):



$$M(\theta) = PR\sin\theta,\ \partial M/\partial P = R\sin\theta$$

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^\pi \frac{1}{EI}(PR\sin\theta)(R\sin\theta)Rd\theta = \frac{\pi R^3}{2EI}P$$

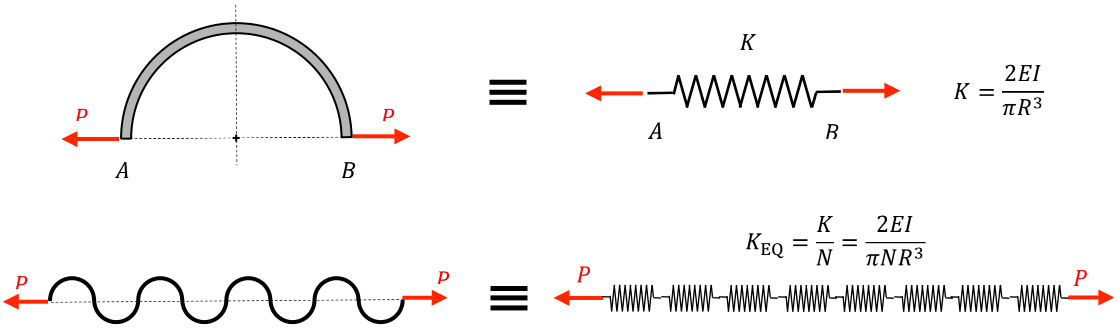
(b) Máximo valor admissível para a carga P:

$$\max\{|\sigma_{\theta\theta}(\theta,y)|\} = \sigma_{\theta\theta}(\pi/2, -a/2) = -\left(-\frac{a}{2}\right)\frac{PR}{(a^4/12)} + \frac{P}{a^2} < Y$$

logo

$$P < \frac{Ya^3}{6R}\left(1 + \frac{1}{6}\frac{a}{R}\right)^{-1}$$

(c) Constante de mola equivalente:



Problema 3.

Trecho AB: $M_x(z) = -Pz$, $M_y(z) = 0$ e $M_z(z) = 0$

Trecho BC: $M_x(x) = -PL$, $M_y(x) = 0$ e $M_z(x) = Px$

$$\delta_y = \frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^L \frac{1}{EI}(-Pz)(-z)dz + \int_0^L \frac{1}{GJ}(-PL)(-L)dx + \int_0^L \frac{1}{EI}(Px)(x)dx$$

$$= \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{GJ} + \frac{PL^3}{3EI} = \frac{2PL^3}{3EI}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{EI}{GJ}\right) = \frac{128PL^3}{3\pi ED^4}\left[1 + \frac{3(1+\nu)}{2}\right]$$

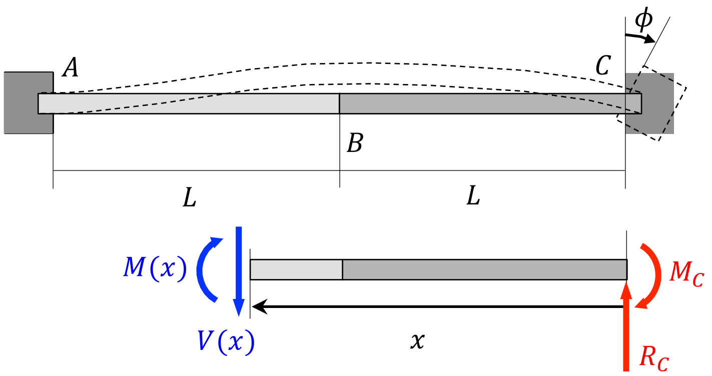
Problema 4.

Enquanto a rotação na extremidade direita da viga é $\phi_C = \phi$, o deslocamento transversal é nulo ($\delta_C = 0$).

A distribuição do momento fletor é:

$$M(x) = R_C x - M_C$$

A rotação e o deslocamento transversal na seção C são dados por:



$$\phi_C = \frac{\partial U}{\partial M_C} = \int_0^L \frac{M(x)}{E(x)I}\frac{\partial M}{\partial M_C}dx = \phi$$

$$\delta_C = \frac{\partial U}{\partial R_C} = \int_0^L \frac{M(x)}{E(x)I}\frac{\partial M}{\partial R_C}dx = 0$$

Portanto:

$$\phi_C = \int_0^L \frac{(R_C x - M_C)}{EI}(-1)\,dx + \int_L^{2L} \frac{(R_C x - M_C)}{2EI}(-1)\,dx = \frac{L}{EI}\left(-\frac{5}{4}R_C L + \frac{3}{2}M_C\right) = \phi$$

$$\delta_C = \int_0^L \frac{(R_C x - M_C)}{EI}(x)\,dx + \int_L^{2L} \frac{(R_C x - M_C)}{2EI}(x)\,dx = \frac{L^2}{EI}\left(\frac{3}{2}R_C L - \frac{5}{4}M_C\right) = 0$$

Logo

$$\begin{cases} -\frac{5}{4}R_C L + \frac{3}{2}M_C = \frac{EI\phi}{L} \\ \frac{3}{2}R_C L - \frac{5}{4}M_C = 0 \end{cases} \Longrightarrow M_C = \frac{24}{11}\frac{EI}{L}\phi \;\; e \;\; R_C = \frac{20}{11}\frac{EI}{L^2}\phi$$

As reações nos apoios são apresentadas na figura abaixo: