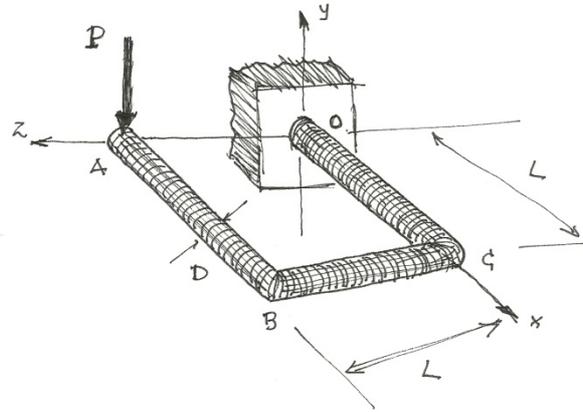
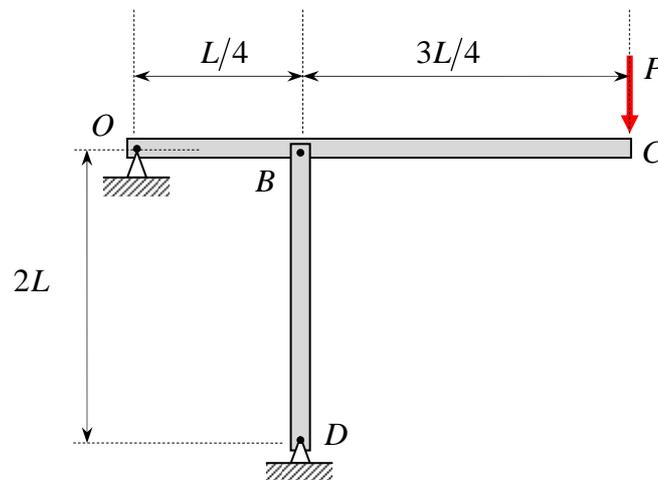


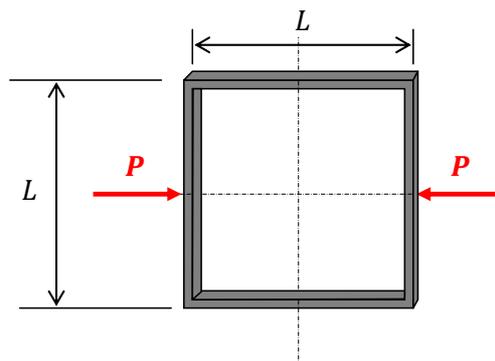
**Problema 1** (3,5 pontos). A figura abaixo mostra uma viga em U cuja seção transversal circular possui diâmetro  $D$ . Os módulos de elasticidade e cisalhamento da viga são  $E$  e  $G$ . Conforme indicado na figura, a estrutura é submetida à força vertical  $P$  na sua extremidade livre. Determine  $\delta_A$ , o deslocamento vertical na extremidade livre da viga (despreze as contribuições dos esforços normal e cortante para a deflexão).



**Problema 2** (3,0 pontos). Considere a estrutura mostrada na figura abaixo. Os apoios nos pontos  $O$ ,  $B$  e  $D$  não transmitem momentos. As barras  $OC$  e  $BD$  são fabricadas de materiais elásticos/perfeitamente-plásticos, cujos módulos de elasticidade são idênticos, representados pela constante  $E$ , e cujos limites de escoamento são respectivamente  $Y_V$  e  $Y_B$ . A seção transversal dos dois componentes é quadrada e possui área  $A = a^2$  e momento de inércia  $I = a^4/12$ . Descreva possíveis modos de colapso da estrutura e determine a carga de colapso para  $a = 2$  mm,  $L = 100$  mm,  $E = 200$  GPa,  $Y_V = 300$  MPa, e  $Y_B = 150$  MPa.

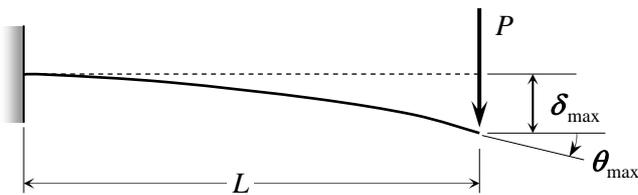


**Problema 3** (3,5 pontos). Considere o quadro mostrado na figura abaixo, com seção transversal quadrada de lado  $a$  e módulo de elasticidade  $E$ . Determine a máxima tensão de flexão produzida pela força  $P$  (considere a dupla simetria do problema).



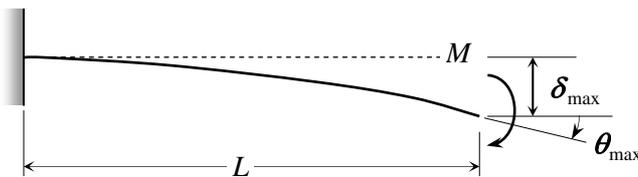
Carga Crítica de Flambagem  $P_{cr} = c \frac{EI}{L^2}$	<b>Tipo de Apoio</b>	<b>c</b>
	Simples-Simples	$\pi^2$
	Engastada-Livre	$\pi^2/4$
	Engastada-Simples	20.2
	Engastada-Engastada	$4\pi^2$

Tensão de Flexão  $\sigma_{xx}(x, y) = -y \frac{M(x)}{I}$	Momento de Inércia para seção		
	Circular  $I = \frac{\pi D^4}{64}$	Retangular  $I = \frac{bh^3}{12}$	Tubular ( $D \gg t$ )  $I = \frac{\pi D^3 t}{8}$



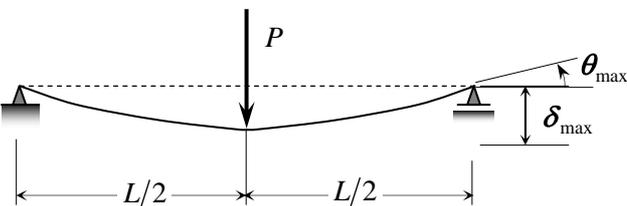
$$\delta(x) = \frac{Px^2}{6EI}(3L-x)$$

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta_{\max} = \frac{PL^2}{2EI}$$



$$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI}$$

$$\delta_{\max} = \frac{ML^2}{2EI} \quad \theta_{\max} = \frac{ML}{EI}$$



$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{P}{48EI}(3L^2x - 4x^3), & x < L/2 \\ \frac{P}{6EI}\left(3L^2x - 4x^3 + 8\left(x - \frac{L}{2}\right)^3\right), & x > L/2 \end{cases}$$

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{48EI} \quad \theta_{\max} = \frac{PL^2}{16EI}$$

### Comportamento Elastoplástico de Vigas de Seção Retangular

$$M_Y = \frac{bh^2 S_Y}{6}$$

$$M_L = \frac{3}{2} M_Y$$

Energia de Deformação		Teorema de Castigliano		
Vigas em Flexão	$U = \int \frac{M^2}{2EI} ds$	$\delta = \frac{\partial U}{\partial P}$	Vigas em Flexão	$\delta = \frac{1}{EI} \int \frac{\partial M}{\partial P} M ds$
Eixos em Torção	$U = \int \frac{T^2}{2GJ} ds$		Eixos em Torção	$\delta = \frac{1}{GJ} \int \frac{\partial T}{\partial P} T ds$
Barras sob Esforço Axial	$U = \int \frac{N^2}{2EA} ds$		Barras sob Esforço Axial	$\delta = \frac{1}{EA} \int \frac{\partial N}{\partial P} N ds$