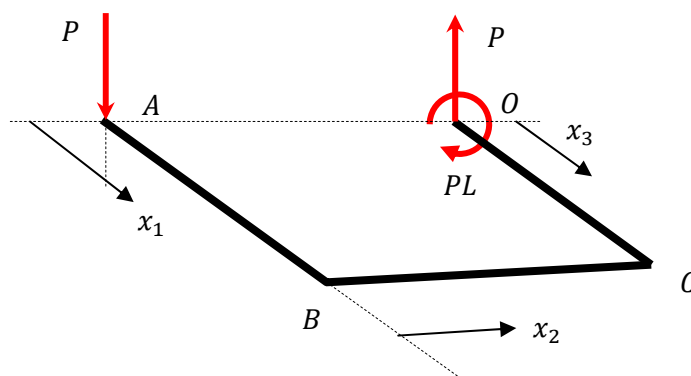


Problema 1. (3,5 pontos)



$$\delta_A = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{1}{EI} \int M \frac{\partial M}{\partial P} ds + \frac{1}{GJ} \int T \frac{\partial T}{\partial P} ds$$

(a) Trecho AB ($0 < x_1 < L$)

$$M(x_1) = -Px_1 \quad \partial M / \partial P = -x_1$$

$$T(x_1) = 0$$

(b) Trecho BC ($0 < x_2 < L$)

$$M(x_2) = -Px_2 \quad \partial M / \partial P = -x_2$$

$$T(x_1) = PL \quad \partial T / \partial P = L$$

(c) Trecho OC ($0 < x_3 < L$)

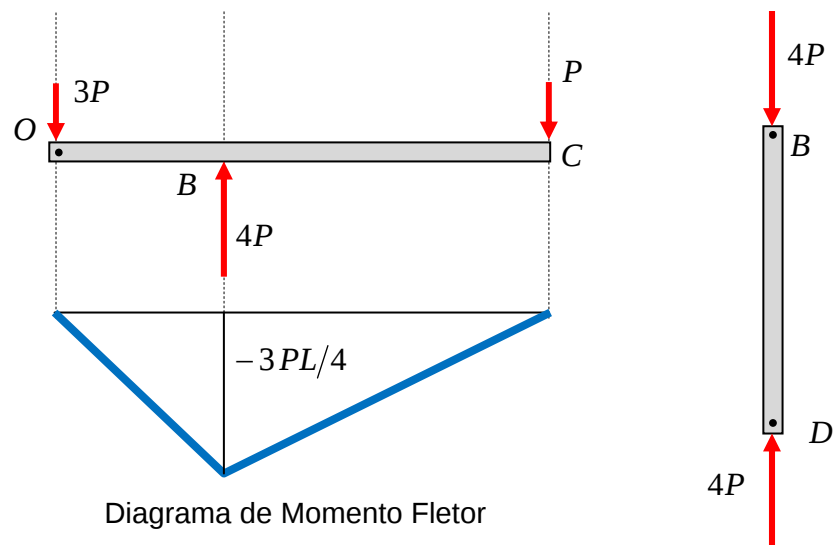
$$M(x_2) = -Px_3 \quad \partial M / \partial P = -x_3$$

$$T(x_3) = PL \quad \partial T / \partial P = L$$

$$\delta_A = \frac{1}{EI} \left[\int_0^L (-Px_1)(-x_1) dx_1 + \int_0^L (-Px_2)(-x_2) dx_2 + \int_0^L (-Px_3)(-x_3) dx_3 \right] + \frac{1}{GJ} \left[\int_0^L (PL)(L) dx_2 + \int_0^L (PL)(L) dx_3 \right]$$

$$\delta_A = \frac{PL^3}{EI} + \frac{2PL^3}{GJ} = \frac{64PL^3}{\pi ED^4} (3 + 2\nu)$$

Problema 2. (3,0 pontos)



Possíveis Mecanismos de Colapso

- (i) Colapso plástico na barra considerando seu material elástico/perfeitamente plástico

$$|\sigma| = |-4P/A| < Y_B \Rightarrow P_{L1} = Y_B A / 4 = Y_B a^2 / 4 = 150 \text{ N}$$

- (ii) Colapso plástico na viga considerando seu material elástico/perfeitamente plástico

$$\max\{|M(x)|\} = 3PL/4 < M_L = Y_V a^3 / 4 \Rightarrow P_{L2} = Y_V a^3 / 3L = 8,0 \text{ N}$$

- (iii) Flambagem (instabilidade elástica) da barra (apoio simples-simples)

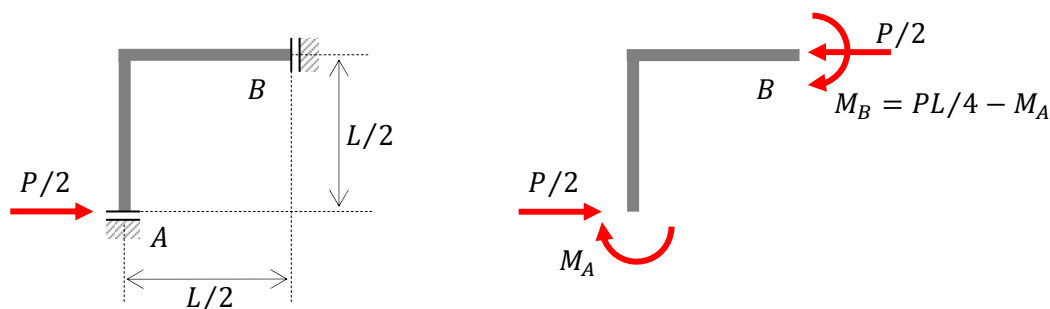
$$4P < P_{cr} = \pi^2 EI / (2L)^2 = \pi^2 E a^4 / 48L^2 \Rightarrow P_{L3} = \pi^2 E a^4 / 192L^2 = 16 \text{ N}$$

A carga de colapso é:

$$P_L = \min\{P_{L1}, P_{L2}, P_{L3}\} = 8,0 \text{ N}$$

Problema 3 (3,5 pontos).

Considerando a dupla simetria, podemos analisar apenas um quarto da estrutura:



$$\phi_A = \frac{\partial U}{\partial M_A} = \frac{1}{EI} \int M \frac{\partial M}{\partial M_A} ds = 0$$

No trecho vertical ($0 < y < L/2$): $M(y) = M_A - Py/2$ e $\partial M / \partial M_A = 1$

No trecho horizontal ($0 < x < L/2$): $M(x) = -M_B = M_A - PL/4$ e $\partial M / \partial M_A = 1$

$$\begin{aligned} \phi_A &= \frac{1}{EI} \left[\int_0^{L/2} (M_A - Py/2) dy + \int_0^{L/2} (M_A - PL/4) dx \right] = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_A L}{2} - \frac{PL^2}{16} + \frac{M_A L}{2} - \frac{PL^2}{8} \right) \\ &= \frac{16M_A L - 3PL^2}{16EI} \end{aligned}$$

$$\phi_A = 0 \Rightarrow M_A = 3PL/16 \text{ e } M_B = PL/16$$

O momento fletor máximo ocorre na seção A.

$$\max\{|\sigma_{\text{flexão}}|\} = |\sigma_{yy}(0, \pm a/2)| = \frac{a(3PL/16)}{2(a^4/12)} = \frac{9PL}{8a^3}$$

Na seção B, a tensão normal compressiva devido à força axial superpõe-se à tensão de flexão. Ainda assim, a equação abaixo mostra que no trecho horizontal, desde que $a < 3L/4$, a máxima tensão normal em valor absoluto é menor que a tensão calculada acima.

$$|\sigma_{xx}(x, -a/2)| = \left| -\frac{a(PL/16)}{2(a^4/12)} - \frac{P/2}{a^2} \right| = \left(\frac{3PL}{8a^3} + \frac{P}{2a^2} \right) = \frac{3PL}{8a^3} \left(1 + \frac{8a}{3L} \right) < \frac{9PL}{8a^3}$$