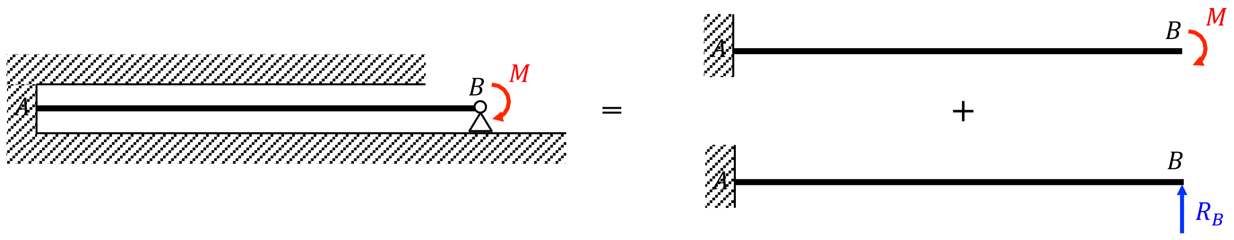
MECÂNICA DOS SÓLIDOS II

Gabarito P1 – 14/10/2016

Problema 1 (3,5 pontos).



(a) $$\delta_B = \delta_B^{(1)} - \delta_B^{(2)} = \frac{ML^2}{2EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{3M}{2L}$$

(b) $$\delta(x) = \delta^{(1)}(x) - \delta^{(2)}(x) = \frac{Mx^2}{2EI} - \frac{R_B x^2}{6EI}(3L - x) = \frac{ML^2}{2EI}\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{ML^2}{4EI}\left(\frac{x}{L}\right)^2\left[3 - \left(\frac{x}{L}\right)\right] = \frac{ML^2}{4EI}\left[\left(\frac{x}{L}\right)^3 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right]$$

Cálculo do deslocamento máximo:

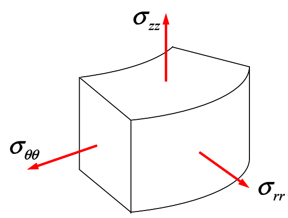
$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{ML}{4EI}\left[3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)\right] = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \begin{cases} 0 \\ 2L/3 \end{cases}$$

Logo

$$\max\{|\delta(x)|\} = \left|\delta\left(\frac{2L}{3}\right)\right| = \frac{ML^2}{27EI} = \frac{4ML^2}{9Ea^4} < \frac{9a}{2} \quad \Rightarrow \quad M < \frac{81}{8}\frac{Ea^5}{L^2}$$

Problema 2 (3,5 pontos)

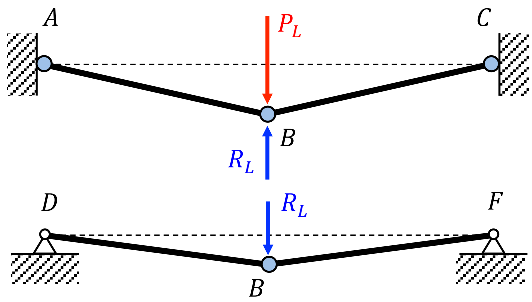
Parede Interna ($r = a$)	Parede Externa ($r = b$)
$\sigma_{rr}(a) = -P = -60{,}0$ MPa	$\sigma_{rr}(b) = 0$
$\sigma_{\theta\theta}(a) = \dfrac{b^2/a^2 + 1}{b^2/a^2 - 1}P = 100$ MPa	$\sigma_{\theta\theta}(b) = \dfrac{2}{b^2/a^2 - 1}P = 40{,}0$ MPa
$\sigma_{zz}(a) = \dfrac{P}{b^2/a^2 - 1} + \dfrac{aM}{\pi(b^4 - a^4)/4} = 87{,}9$ MPa	$\sigma_{zz}(b) = \dfrac{P}{b^2/a^2 - 1} + \dfrac{bM}{\pi(b^4 - a^4)/4} = 156$ MPa



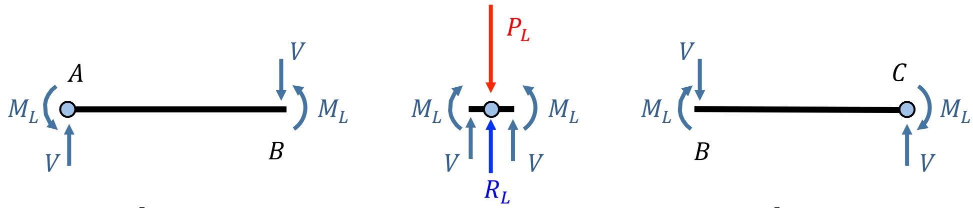
Parede Interna ($r = a$)	Parede Externa ($r = b$)
$\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}(a) = 100$ MPa	$\sigma_1 = \sigma_{zz}(b) = 156$ MPa
$\sigma_2 = \sigma_{zz}(a) = 87{,}9$ MPa	$\sigma_2 = \sigma_{\theta\theta}(b) = 40{,}0$ MPa
$\sigma_3 = \sigma_{rr}(a) = -60{,}0$ MPa	$\sigma_3 = \sigma_{rr}(b) = 0$
$\tau_{max} = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 80{,}0$ MPa	$\tau_{max} = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 78$ Mpa
$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} = 154$ MPa	$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} = 140$ Mpa
$n_{Tresca} = \dfrac{S_Y/2}{\max\{\tau_{max}\}} = 4{,}00$	
$n_{VM} = \dfrac{S_Y}{\max\{\sigma_{VM}\}} = 4{,}15$	

Problema 3 (3.0 pontos)

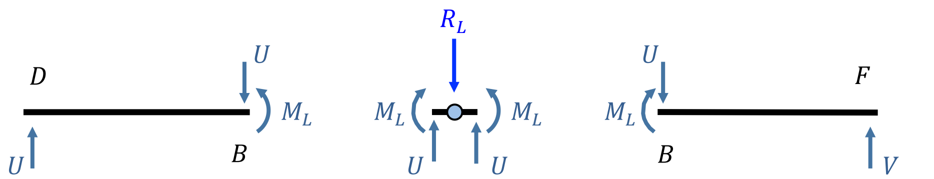
O mecanismo de colapso plástico é mostrado esquematicamente na figura abaixo. Ele ocorre simultaneamente nas duas vigas, quando rótulas plásticas são formadas nos engastes A e C bem como na seção B de ambas as vigas, onde estão em contato. Assim, as forças $P_L - R_L$ e R_L são, respectivamente, as cargas limite para as vigas biengastada (ABC) e biapoiada (DBF).



O diagrama de corpo livre do conjunto e as equações de equilíbrio são apresentados a seguir (note que a simetria do problema já está sendo levada em conta nos diagramas para cada viga):



$$V\frac{L}{2} = 2M_L \qquad 2V = P_L - R_L \qquad V\frac{L}{2} = 2M_L$$



$$U\frac{L}{2} = M_L \qquad 2U = R_L \qquad U\frac{L}{2} = M_L$$

Resolvendo as equações de equilíbrio da viga DBF (biapoiada), obtém-se:

$$R_L = \frac{4M_L}{L}$$

e para a viga ABC (biengastada):

$$P_L - R_L = \frac{8M_L}{L}$$

Portanto, a força que leva o conjunto ao colapso plástico é:

$$P_L = \frac{12M_L}{L} = \frac{3S_Y a^3}{L}$$