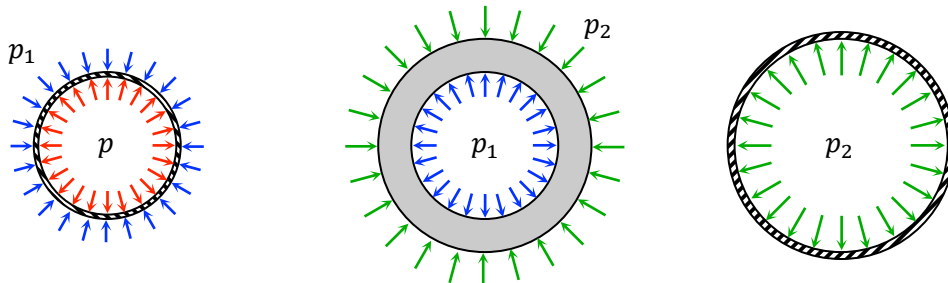
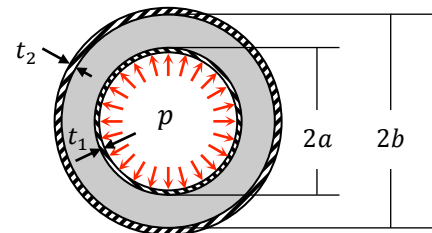


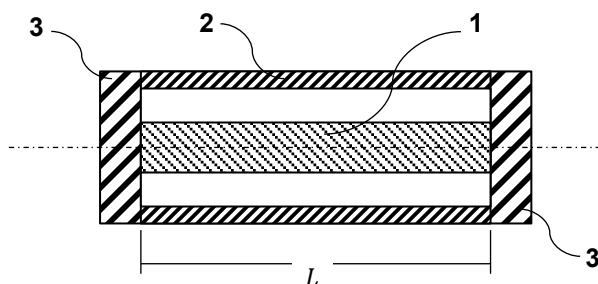
Problema 1 (3,5 pontos). Um tubo de PTFE (Teflon®), com diâmetros interno $2a$ e externo $2b$, é revestido em suas superfícies interna e externa por tubos finos de Alumínio com espessuras t_1 e t_2 . Considere que $t_1 \ll a$ e $t_2 \ll b$. O conjunto é submetido a uma pressão interna p de 7 MPa. Determine as pressões p_1 e p_2 que são transferidas para o tubo de PTFE.



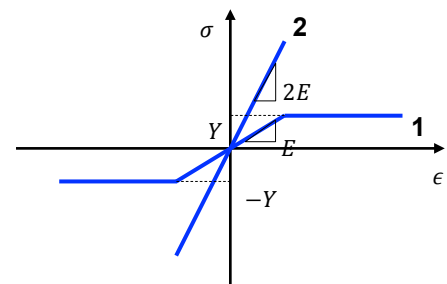
a	b	t_1	t_2	E_{Al}	ν_{Al}	E_{PTFE}	ν_{PTFE}
30 mm	45 mm	2 mm	3 mm	70 GPa	0,30	0,4 GPa	0,46

Problema 2 (3,0 pontos). Um cilindro 1 e um tubo 2, ambos de comprimento L quando à temperatura T_0 , são montados de forma solidária em duas tampas 3 que podem ser consideradas rígidas (ver figura). O material do cilindro 1 pode ser modelado como elástico/perfeitamente-plástico, com módulo de elasticidade E , limite de escoamento Y e coeficiente de dilatação térmica α . Para os níveis de deformação observados, o material do tubo 2 pode ser considerado elástico, com módulo de elasticidade $2E$ e coeficiente de dilatação térmica 2α . O conjunto é submetido a uma variação de temperatura ΔT acima de T_0 .

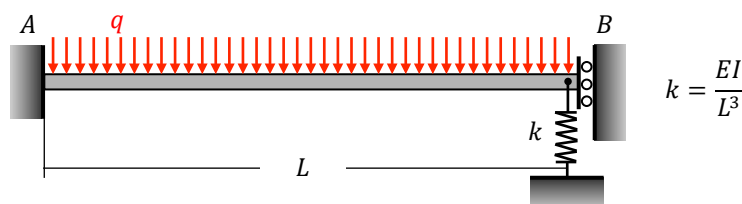
- Determine a variação de temperatura ΔT_Y a partir da qual o cilindro 1 passa a se comportar plasticamente.
- Determine o deslocamento longitudinal das barras quanto $\Delta T = \Delta T_Y$.
- Determine o deslocamento longitudinal das barras quanto $\Delta T = 2\Delta T_Y$.

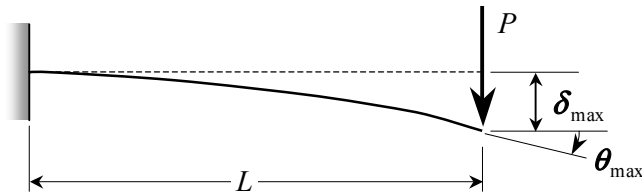


$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 = A \\ E_1 &= E \\ E_2 &= 2E \\ \alpha_1 &= \alpha \\ \alpha_2 &= 2\alpha \end{aligned}$$



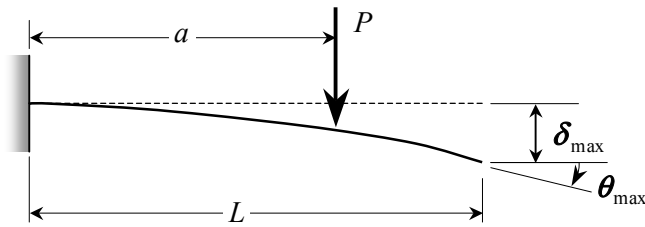
Problema 3 (3,5 pontos). A viga mostrada na figura abaixo, de comprimento L , módulo de elasticidade E e momento de inércia I , é engastada na sua extremidade A e submetida a um carregamento uniforme q . Na sua outra extremidade, B , que é livre para se deslocar na direção vertical mas impedida de sofrer rotações, a viga é também suportada por uma mola elástica com rigidez $k = EI/L^3$. Determine o momento fletor e o deslocamento vertical na extremidade B da viga.





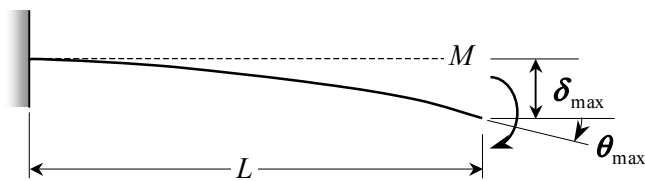
$$\delta(x) = \frac{Px^2}{6EI} (3L - x)$$

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta_{\max} = \frac{PL^2}{2EI}$$



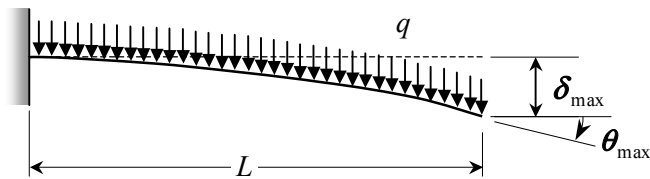
$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{P}{6EI} (3x^2a - x^3), & x < a \\ \frac{P}{6EI} (3x^2a - x^3 + (x-a)^3), & x > a \end{cases}$$

$$\delta_{\max} = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI} \quad \theta_{\max} = \frac{Pa^2}{2EI}$$



$$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI}$$

$$\delta_{\max} = \frac{ML^2}{2EI} \quad \theta_{\max} = \frac{ML}{EI}$$



$$\delta(x) = \frac{qx^2}{24EI} (x^2 + 6L^2 - 4Lx)$$

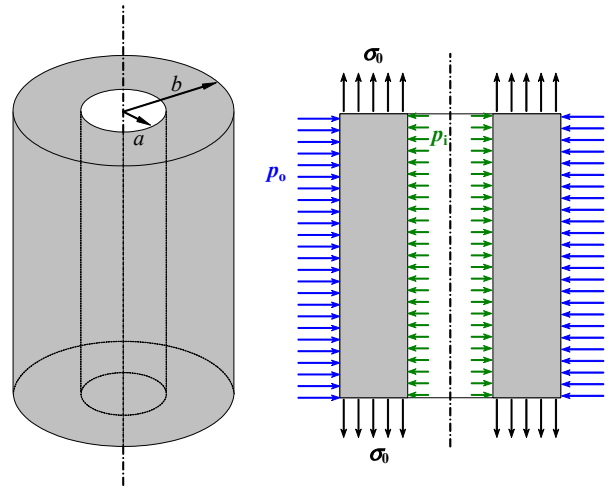
$$\delta_{\max} = \frac{qL^4}{8EI} \quad \theta_{\max} = \frac{qL^3}{6EI}$$

Vasos de Pressão Cilíndricos

(Parede Grossa)

$$\sigma_{rr}(r) = -\frac{\left(\frac{b^2}{r^2} - 1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_o$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{\left(\frac{b^2}{r^2} + 1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_o$$



$$\frac{u_r(r)}{r} = \frac{(1-\nu) + (1+\nu)(b^2/r^2)}{E(b^2/a^2 - 1)} p_i - \frac{(1-\nu)(b^2/a^2) + (1+\nu)(b^2/r^2)}{E(b^2/a^2 - 1)} p_o - \nu \frac{\sigma_0}{E}, \quad a \leq r \leq b$$

Vasos de Pressão Cilíndricos (Parede Fina): Raio R e espessura t ($R \gg t$).

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{(p_i - p_o)R}{t}, \quad \sigma_{xx} = \frac{(p_i - p_o)R}{2t}, \quad \frac{\Delta R}{R} = \frac{(p_i - p_o)R}{Et}$$

Barra elástica sob carregamento axial

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{N}{EA} + \alpha \Delta T \quad \text{para } |N/A| < Y$$