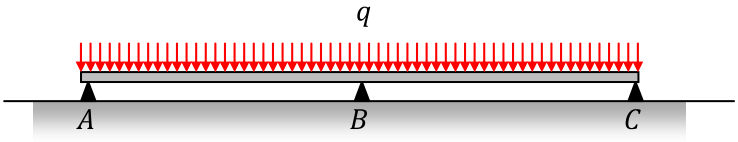
MECÂNICA DOS SÓLIDOS II
P1 – 05/10/2012

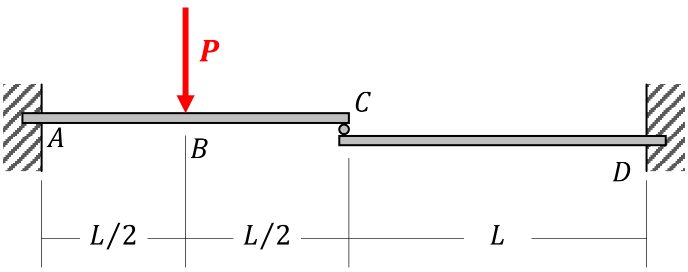
Problema 1. A viga mostrada na figura abaixo tem comprimento L e seção retangular de altura h e largura b. A distância entre os suportes é $L/2$. O limite de escoamento do material da viga é S_Y e seu módulo de elasticidae E. Considerando a falha por escoamento, determine o máximo valor admissível para o carregamento q. (2,5 pontos)

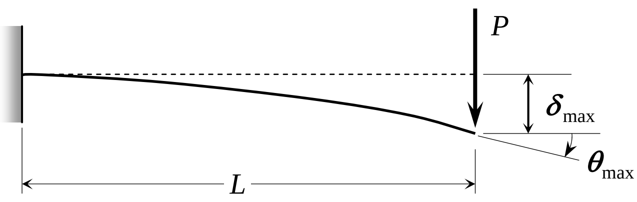


Problema 2. Um tubo fechado em suas duas extremidades encontra-se submetido a uma pressão interna de 4.000 psi ($27{,}6$ MPa) enquanto simultaneamente sofre a ação de um torque de $1{,}6\ \mathrm{N\cdot m}$. O diâmetro interno e a espessura do tubo são, respectivamente, $1/4$” (6.35 mm) e $0{,}0305$” ($0{,}775$ mm). O limite de escoamento do material do tubo, S_Y, é de 290 MPa. Determine os fatores de segurança contra o escoamento considerando os critérios de von Mises e Tresca. (2,5 pontos)

Problema 3. Um tubo de diâmetro de $1/4$” (6.35 mm) e espessura de $0{,}0305$” ($0{,}775$ mm), fabricado em aço inoxidável AISI 316L ($E = 200$ GPa, $\nu = 0{,}3$, $S_Y = 290$ MPa), inicialmente reto, deve ser curvado passando a ter um raio de curvatura de 80 mm. O comportamento elastoplástico do material pode ser modelado como elástico/perfeitamente-plástico. Determine qual deve ser o raio de dobramento inicial para que, após a restituição elástica, o tubo passe a ter o raio de curvatura desejado. Determine também a distribuição das tensões residuais após o dobramento. (2,5 pontos).

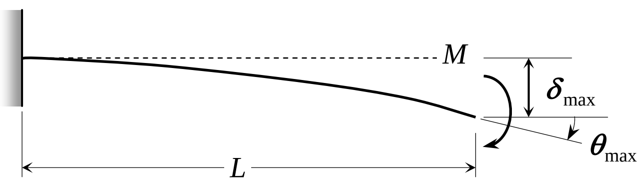
Problema 4. A estrutura mostrada na figura abaixo é formada por duas vigas engastadas com a mesma geometria: comprimento L e seção retangular de espessura h e largura b. Ambas possuem módulo de elasticidade E. A viga da esquerda, ABC, é fabricada de um material cujo comportamento elastoplástico pode ser modelado como elástico/perfeitamente-plástico, com limite de escoamento S_Y. Já a viga da direita, CD, possui um limite de escoamento muito mais alto que o da outra, podendo portanto ser modelada como perfeitamente elástica. Determine: (a) O valor da carga P_Y que leva a estrutura a deformar-se plasticamente; e (b) O valor da carga P_L que leva ao colapso plástico da estrutura. (2,5 pontos)





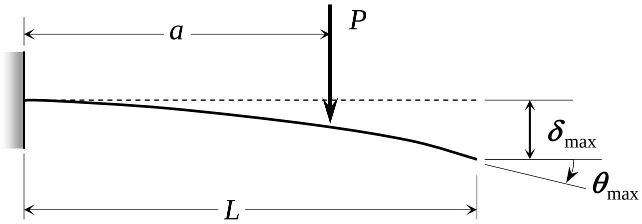
$$\delta(x) = \frac{Px^2}{6EI}(3L - x)$$

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{3EI} \qquad \theta_{max} = \frac{PL^2}{2EI}$$



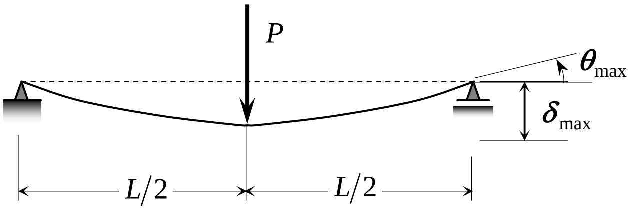
$$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI}$$

$$\delta_{max} = \frac{ML^2}{2EI} \qquad \theta_{max} = \frac{ML}{EI}$$



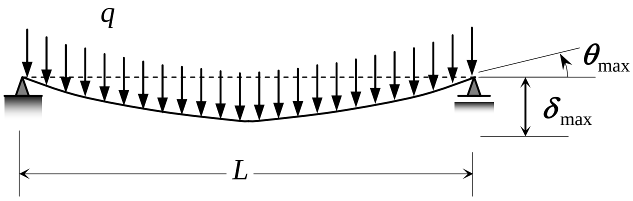
$$\delta(x) = \begin{cases} \dfrac{P}{6EI}\left(3x^2a - x^3\right), & x < a \\ \dfrac{P}{6EI}\left(3x^2a - x^3 + (x-a)^3\right), & x > a \end{cases}$$

$$\delta_{max} = \frac{Pa^2(3L-a)}{6EI} \qquad \theta_{max} = \frac{Pa^2}{2EI}$$



$$\delta(x) = \begin{cases} \dfrac{P}{48EI}\left(3L^2x - 4x^3\right), & x < L/2 \\ \dfrac{P}{6EI}\left(3L^2x - 4x^3 + 8(x - \dfrac{L}{2})^3\right), & x > L/2 \end{cases}$$

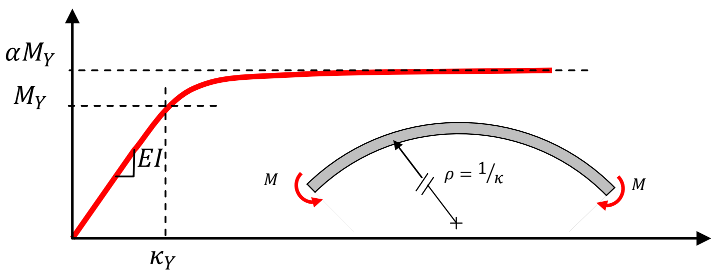
$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} \qquad \theta_{max} = \frac{PL^2}{16EI}$$



$$\delta(x) = \frac{qx}{24EI}\left(L^3 - 2Lx^2 + x^3\right)$$

$$\delta_{max} = \frac{5qL^4}{384EI} \qquad \theta_{max} = \frac{qL^3}{24EI}$$

Comportamento elastoplástico de vigas (elásticas/perfeitamente-plásticas)



$$M(\kappa) = \begin{cases} \kappa EI, & \kappa \leq \kappa_Y \\ \alpha M_Y \left[1 - \left(\dfrac{\alpha - 1}{\alpha}\right)\left(\dfrac{\kappa_Y}{\kappa}\right)^2\right], & \kappa > \kappa_Y \end{cases}$$

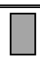
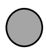
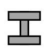
$$M_Y = S_Y I/c$$

$$\kappa_Y = M_Y/EI = S_Y/Ec$$

Tensões elastoplásticas para $M > M_Y$

$$\sigma_{xx}(y) = \begin{cases} -S_Y, & -c \leq y < -r_Y \\ yS_Y/r_Y, & -r_Y \leq y < r_Y \\ S_Y, & r_Y \leq y < c \end{cases}$$

onde $r_Y = c(\kappa_Y/\kappa)$

Geometria	α	c
	1,5	$h/2$
	1,7	$D/2$
	1,3	$D/2$
	1,1 – 1,5	---

Estado Plano de Tensões	**Tensão Cisalhante Máxima**
$\boldsymbol{\sigma}_{av} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{xx} + \boldsymbol{\sigma}_{yy}}{2}$ $R = \sqrt{\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{xx} - \boldsymbol{\sigma}_{yy}}{2}\right)^2 + \boldsymbol{\sigma}_{xy}^2}$ $\boldsymbol{\sigma}_I = \boldsymbol{\sigma}_{av} + R$ $\boldsymbol{\sigma}_{II} = \boldsymbol{\sigma}_{av} - R$	$\boldsymbol{\sigma}_1 > \boldsymbol{\sigma}_2 > \boldsymbol{\sigma}_3$ $\boldsymbol{\tau}_{\max} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_3}{2}$ **Tensão de von Mises** $\sigma_{\mathrm{VM}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left((\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2\right)}$

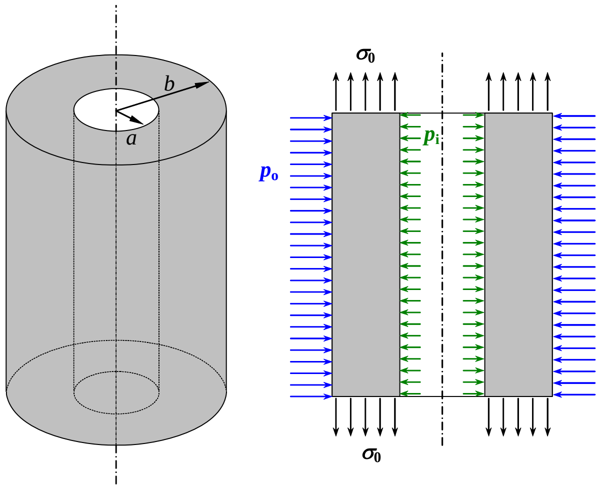
Critério de Tresca:	**Critério de von Mises:**
$\tau_{\max} < S_y/2$	$\sigma_{VM} < S_y$

Vasos de Pressão Cilíndricos

(Parede Grossa)

$$\boldsymbol{\sigma}_{rr}(r) = -\frac{\left(\frac{b^2}{r^2} - 1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_i + \frac{\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_o$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\theta\theta}(r) = \frac{\left(\frac{b^2}{r^2} + 1\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_i - \frac{\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{r^2}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} p_o$$



$$u_r(r) = \frac{1-\boldsymbol{\nu}}{E}\frac{\left(p_i a^2 - p_o b^2\right)}{\left(b^2 - a^2\right)} r + \frac{1+\boldsymbol{\nu}}{E}\frac{a^2 b^2\left(p_i - p_o\right)}{\left(b^2 - a^2\right) r} - \boldsymbol{\nu}\frac{r}{E}\boldsymbol{\sigma}_0$$