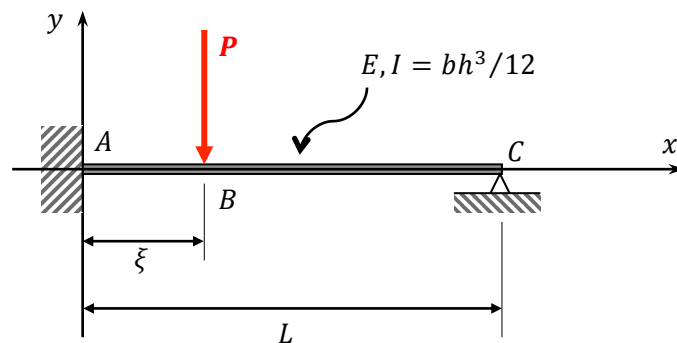
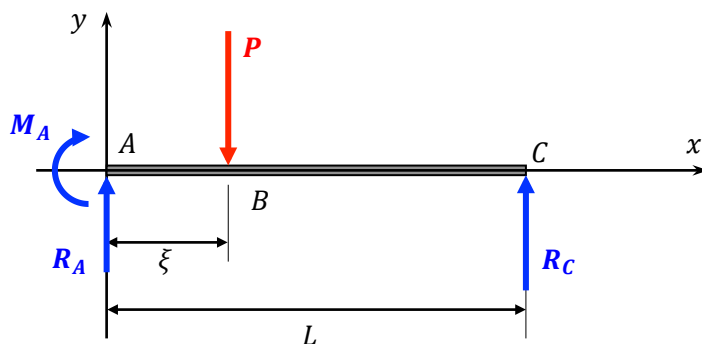


Uma viga de comprimento L , seção transversal retangular $b \times h$ e material com módulo de Young E e limite de escoamento S_Y , é engastada em uma de suas extremidades e simplesmente apoiada na outra. Ela deverá ser submetida a uma carga concentrada P que pode ser aplicada em qualquer ponto ao longo de seu comprimento. Determine o máximo valor admissível para a força P considerando a falha por escoamento.



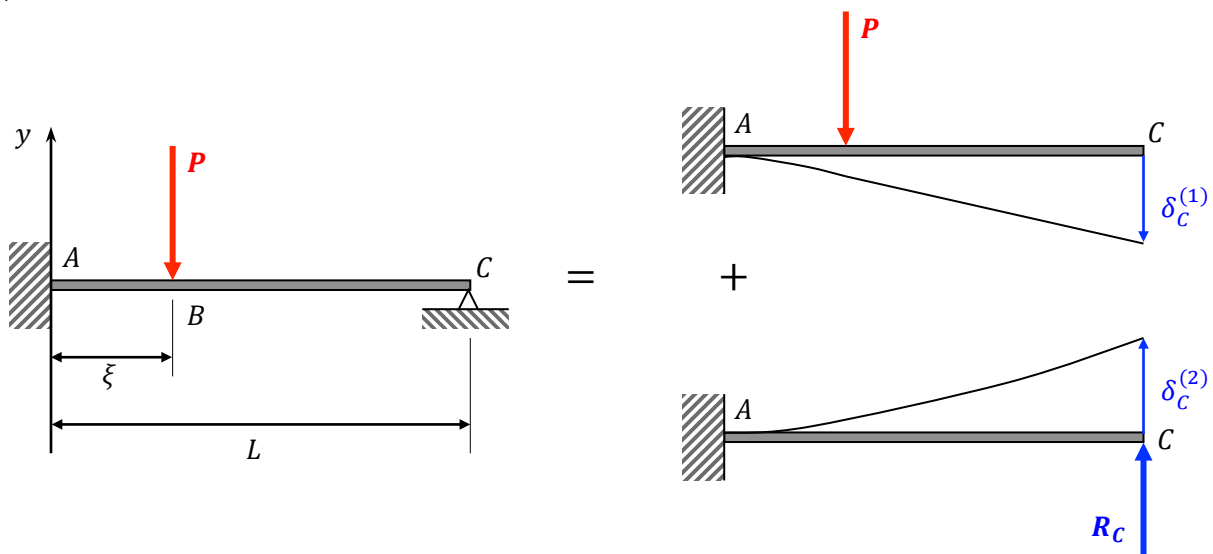
(i) Equilíbrio



$$R_A = P - R_C$$

$$M_A = -P\xi + R_C L$$

(ii) Deslocamentos



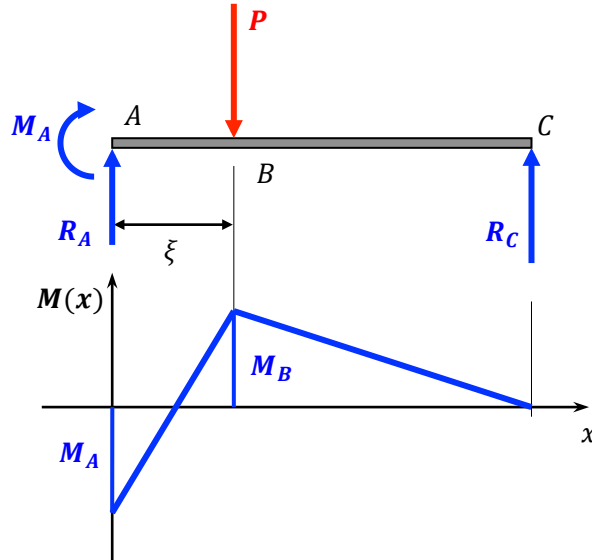
$$\delta_C^{(1)} = \frac{P\xi^2(3L - \xi)}{6EI}$$

$$\delta_C^{(2)} = \frac{R_C L^3}{3EI}$$

(iii) Compatibilidade de Deslocamentos

$$\delta_c = \delta_c^{(1)} - \delta_c^{(1)} = 0 \Rightarrow R_c = \frac{1}{2} P \left(\frac{\xi}{L} \right)^2 \left(3 - \frac{\xi}{L} \right)$$

(iv) Distribuição do momento fletor

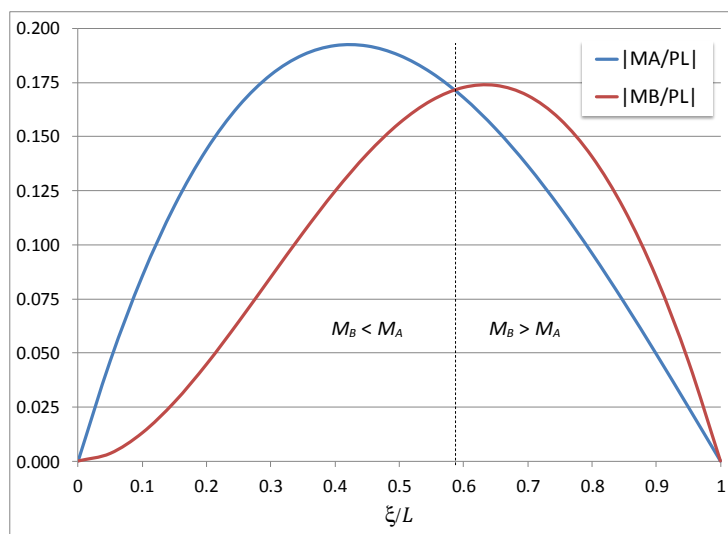


$$M_A(\xi) = -P\xi + R_c L = -\frac{1}{2} PL \left[\left(\frac{\xi}{L} \right)^3 - 3 \left(\frac{\xi}{L} \right)^2 + 2 \left(\frac{\xi}{L} \right) \right]$$

$$M_B(\xi) = R_c(L - \xi) = \frac{1}{2} PL \left(\frac{\xi}{L} \right)^2 \left(3 - \frac{\xi}{L} \right) \left(1 - \frac{\xi}{L} \right) = \frac{1}{2} PL \left[\left(\frac{\xi}{L} \right)^4 - 4 \left(\frac{\xi}{L} \right)^3 + 3 \left(\frac{\xi}{L} \right)^2 \right]$$

Observe que para $0 \leq \xi \leq L$, $M_A \leq 0$ e $M_B \geq 0$.

O gráfico abaixo apresenta a variação dos valores absolutos de M_A e M_B em função de ξ .



As maiores tensões normais de flexão, em valores absolutos, ocorrerão nas seções transversais A ou B , dependendo do ponto de aplicação da carga. Devemos encontrar os valores máximos de $|M_A|$ e $|M_B|$.

Definindo $m_A = |M_A|/PL$, $m_B = |M_B|/PL$, e $r = \xi/L$:

$$m_A = \frac{|M_A|}{PL} = \frac{1}{2}(r^3 - 3r^2 + 2r) \quad \text{e} \quad m_B = \frac{|M_B|}{PL} = \frac{1}{2}(r^4 - 4r^3 + 3r^2)$$

(A) Cálculo do valor máximo de $|M_A|$:

$$\frac{dm_A}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(3r^2 - 6r + 2) = 0 \Rightarrow r = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} = \begin{cases} 0,423 \\ 1,577 \end{cases}$$

Consideramos apenas o valor de r entre 0 e 1. Logo, o valor máximo de $|M_A|$ ocorre para $\xi/L = 1 - \sqrt{3}/3 = 0,423$, e $\max\{|M_A|\} = 0,192PL$.

(B) Cálculo do valor máximo de $|M_B|$:

$$\frac{dm_B}{dr} = 0 \Rightarrow r(2r^2 - 6r + 3) = 0 \Rightarrow r = 0 \quad \text{e} \quad r = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2} = \begin{cases} 0,634 \\ 2,366 \end{cases}$$

Consideramos apenas o valor de r entre 0 e 1. Logo, o valor máximo de $|M_B|$ ocorre para $\xi/L = (3 - \sqrt{3})/2 = 0,634$, e $\max\{|M_B|\} = 0,174PL$.

Logo, as máximas tensões normais de flexão, em valor absoluto, ocorrerão na seção transversal do engaste quanto a força estiver aplicada em $\xi = 0,423L$. Nesse caso, o momento fletor na seção A é $M(0) = M_A = -0,192PL$.

Assim, quando $\xi = 0,423L$, $\max\{|M(x)|\} = |M_A| = 0,192PL$ e

$$\max\{|\sigma_{xx}(x, y)|\} = \left| \sigma_{xx}\left(0, \pm \frac{h}{2}\right) \right| = \frac{h(0,192PL)}{2 \cdot bh^3/12} < S_Y$$

Portanto

$$P < 0,866 \frac{bh^3 S_Y}{L}$$