

Departamento de Engenharia Mecânica
Mecânica dos Sólidos II



Comportamento Elastoplástico

Prof. Arthur Braga

Projeto Mecânico

Estratégia

- Identificar possíveis modos de falha (escoamento, ruptura, fadiga, fratura, etc.)
- Definir critério de falha e aplicar fator de segurança apropriado para obter tensão (deformação) limite de projeto
- Identificar carregamentos relevantes, *e.g.*, pressão interna, peso próprio, expansão térmica, etc.

Projeto Mecânico

Estratégia

- Calcular tensões (deformações) produzidas pelos carregamentos relevantes
- Comparar tensões (deformações) calculadas com os limites aceitáveis
- No projeto mecânico voltado para a integridade estrutural deve-se evitar condições que favoreçam a degradação do material (*e.g.*, corrosão)

Integridade Estrutural ^(a)

- Considera-se que uma estrutura está íntegra quando ela pode suportar os carregamentos de operação e teste com uma probabilidade mínima de falha durante o tempo que se pretende operá-la.
- A falha impede que o componente, máquina, equipamento ou estrutura exerça sua função estrutural. As falhas podem ser catastróficas ou não catastróficas.
- Define-se como falha catastrófica aquela que ocorre sem aviso prévio e envolve grande parte da estrutura.
- A falha não catastrófica é previsível e geralmente envolve grandes deformações plásticas, empenos pronunciados, trincas que se propagam por grandes extensões durante um tempo grande e eventualmente pode ser monitorada.

(a) Material reproduzido das notas de aula do Prof. J. L. Freire (*Integridade Estrutural*)

Integridade Estrutural ^(a)

Tipo de Falha Estrutural	Característica
Instabilidade Elástica	Flambagem catastrófica
Deformação elástica excessiva	Não catastrófica
Deformação plástica excessiva	Limite de escoamento é ultrapassado. Provoca empenos, estrição, rótula plástica, etc.
Ruptura por tração subsequente à deformação plástica excessiva	Provoca vazamentos bruscos por perda de contenção
Falha por acumulação progressiva de dano	Propagação de trincas ou perda de material no tempo. Fadiga, Fluência, Desgaste, Erosão, Corrosão (várias formas).
Falha por transformação microestrutural progressiva	Grafitização, esferoidização, descarbonetação, etc..
Fatura catastrófica	Aparência frágil, iniciação não perceptível

(a) Material reproduzido das notas de aula do Prof. J. L. Freire (*Integridade Estrutural*)

Integridade Estrutural ^(a)

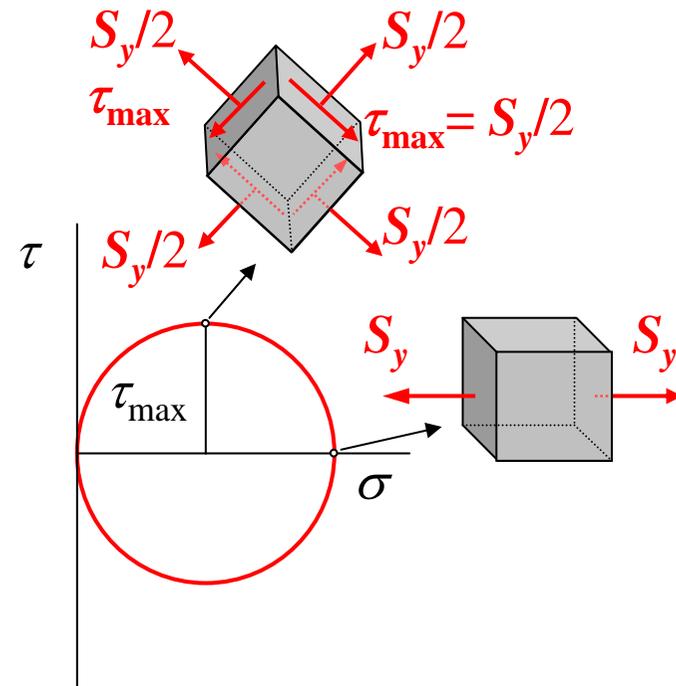
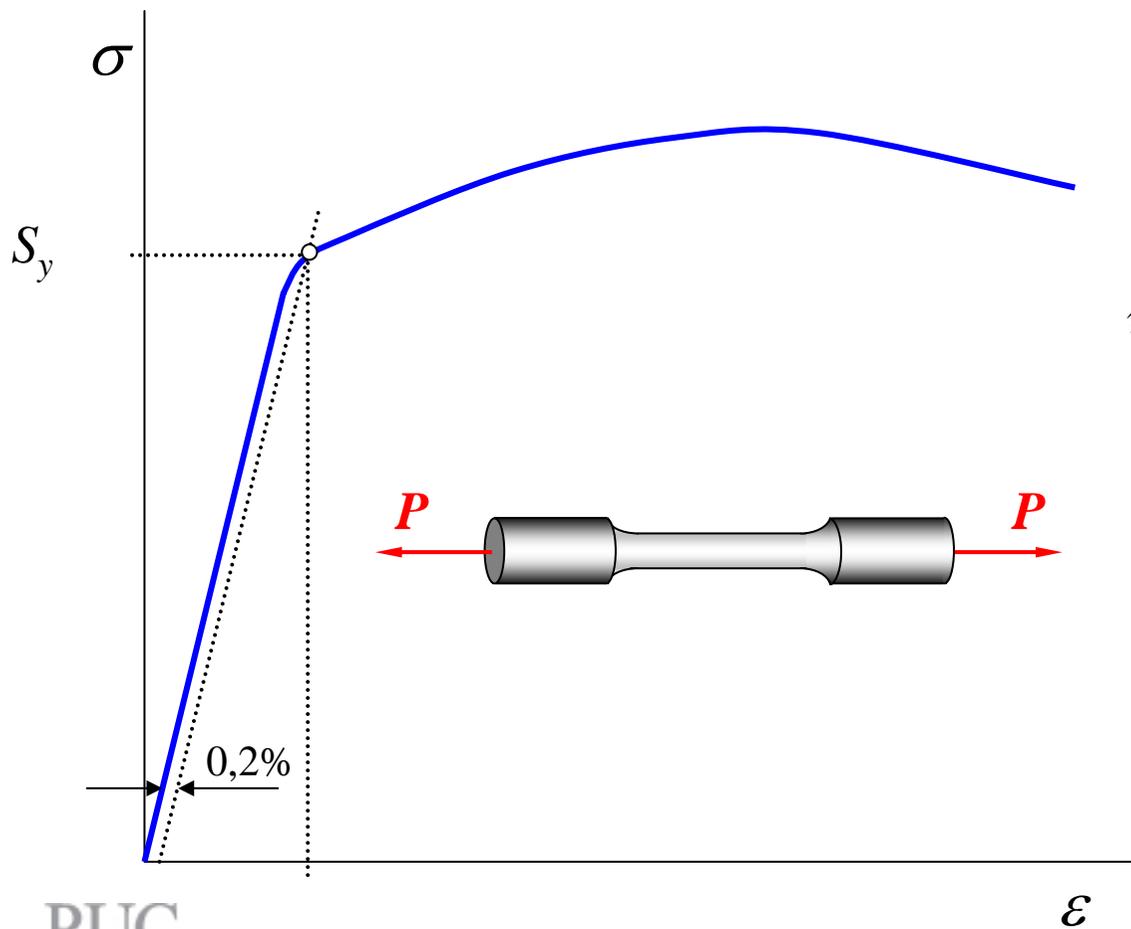
Falhas Estruturais sob Condições Estáticas

- *Excessiva deformação plástica*: ocorre para os materiais dúteis.
- *Fratura*: ocorre para os materiais dúcteis e frágeis. As fraturas podem ter aparência:
 - **Dútil**: Apresenta aspecto com textura fibrosa, desenvolvendo estrição e grandes deformações plásticas.
 - **Frágil**: Apresenta aspecto granular e não evidencia estrição ou deformações plásticas acentuadas sob observação macroscópica

(a) Material reproduzido das notas de aula do Prof. J. L. Freire (*Integridade Estrutural*)

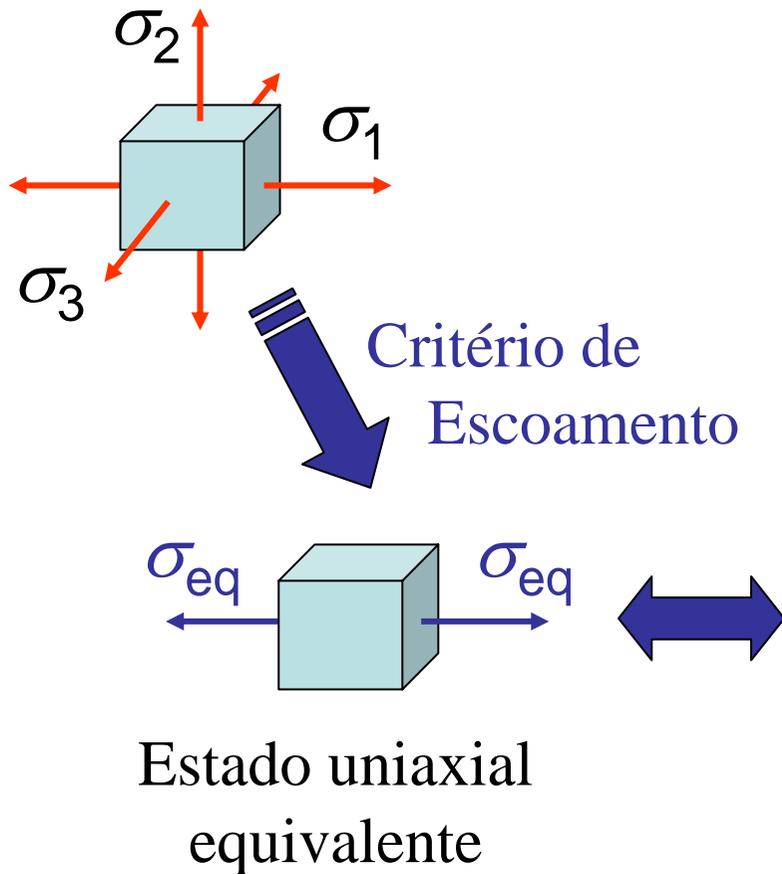
Critérios de Falha por Escoamento

Ensaio de Tração

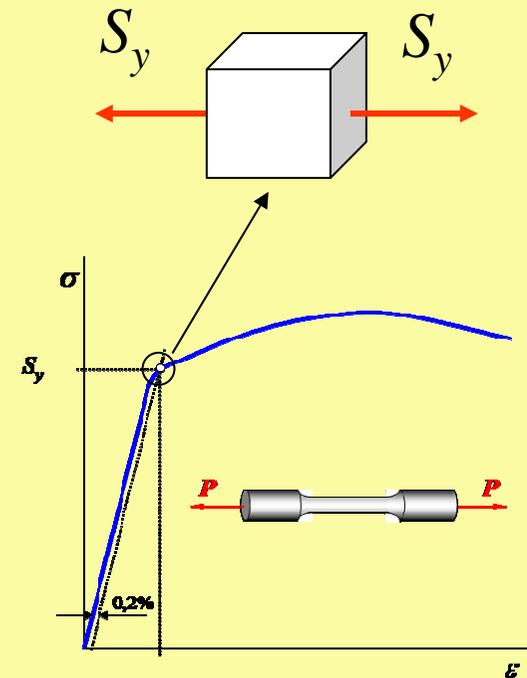


Critérios de Falha por Escoamento

Estado 3D de tensão



Início do escoamento no ensaio de tração



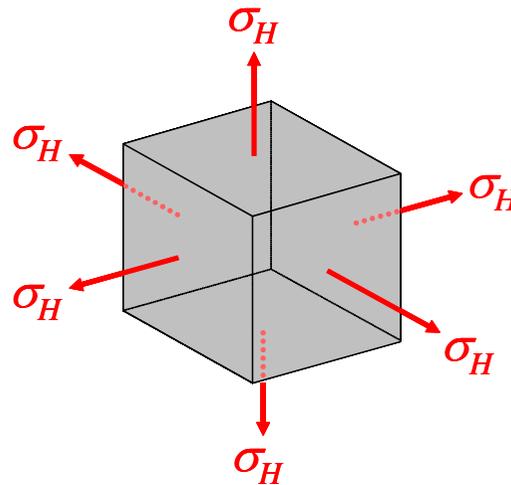
Critérios de Falha por Escoamento

Considerações

- O estado de tensão num ponto é completamente descrito pela magnitude e orientação das tensões principais
- Para um material isotrópico, a orientação das direções principais não influencia o início do escoamento. Assim, *o critério deve considerar apenas as magnitudes das tensões principais.*

Critérios de Falha por Escoamento

- Pode-se verificar experimentalmente que o *estado de tensão hidrostático* não influencia o início do escoamento



- O critério deve *basear-se nas diferenças entre as tensões principais* e não nas suas magnitudes, de forma que tensões hidrostáticas se cancelem e não influenciando o início do escoamento.

Critérios de Falha por Escoamento

Critério de von Mises

Num ponto sujeito a um estado de tensão triaxial, o escoamento se inicia quando a *média quadrática das diferenças* entre as três tensões principais se iguala a verificada no início do escoamento do ensaio de tração

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{3}[(s_y - 0)^2 + (s_y - 0)^2 + (0 - 0)^2]} = \sqrt{\frac{2}{3}} s_y \end{aligned}$$

Critérios de Falha por Escoamento

Critério de von Mises

Tensão de von Mises

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]}$$

De acordo com o critério de von Mises, o material se comporta elasticamente quando

$$\sigma_{VM} < S_y$$

Critérios de Falha por Escoamento

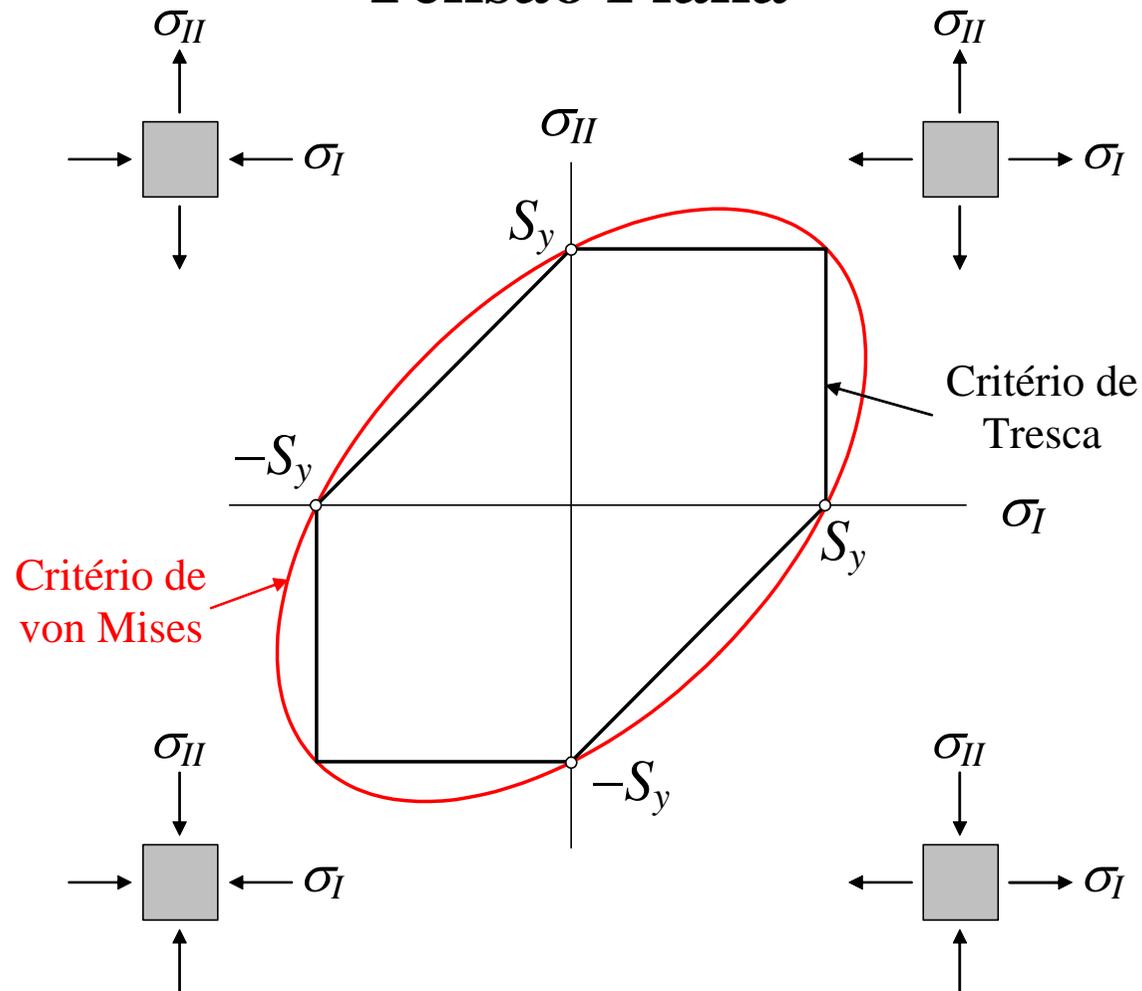
Critério de Tresca (Máxima Tensão Cisalhante)

Deformações plásticas ocorrem num ponto do material quando a máxima tensão cisalhante atinge o valor da máxima tensão cisalhante que causa o início do escoamento no ensaio de tração

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_y}{2}$$

Critérios de Falha por Escoamento

Tensão Plana



Critérios de Falha por Escoamento

Exemplo: Vaso de pressão

$$\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta} = \frac{PD}{2t}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{zz} = \frac{PD}{4t}$$

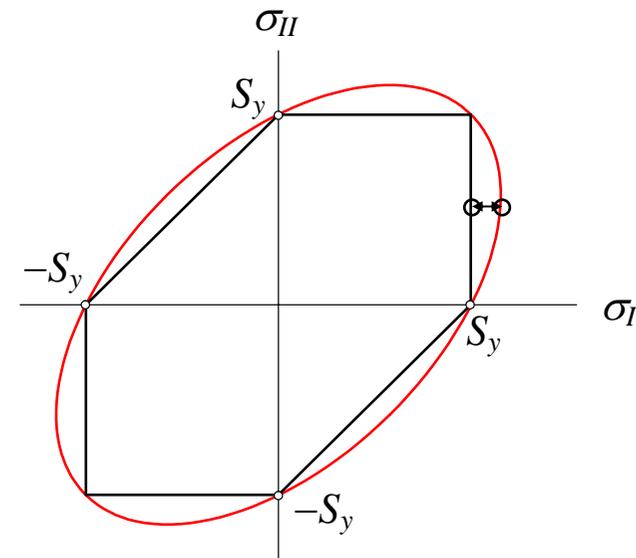
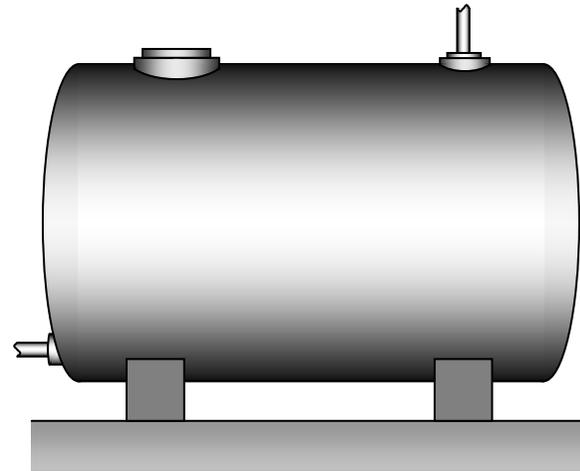
$$\sigma_3 \approx 0, \quad \left(\sigma_3 = -P \ll \frac{PD}{2t} \right)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{PD}{4t}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{PD}{2t}$$

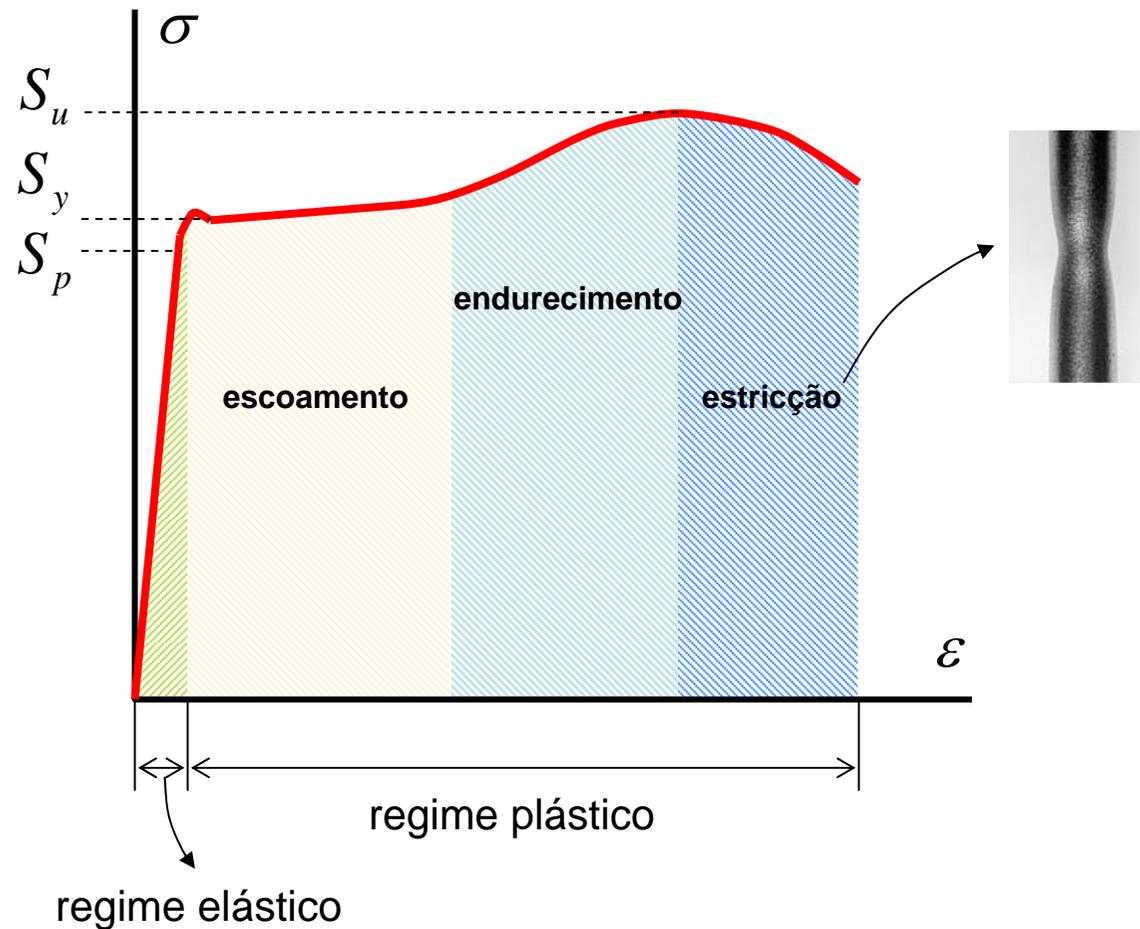
Tresca : $\tau_{\max} < \frac{S_y}{2} \Rightarrow P_{\max} = \frac{2tS_y}{D}$

von Mises : $\sigma_{VM} < S_y \Rightarrow P_{\max} = 1.16 \frac{2tS_y}{D}$



Comportamento além do regime elástico

Curva tensão-deformação (material dútil)



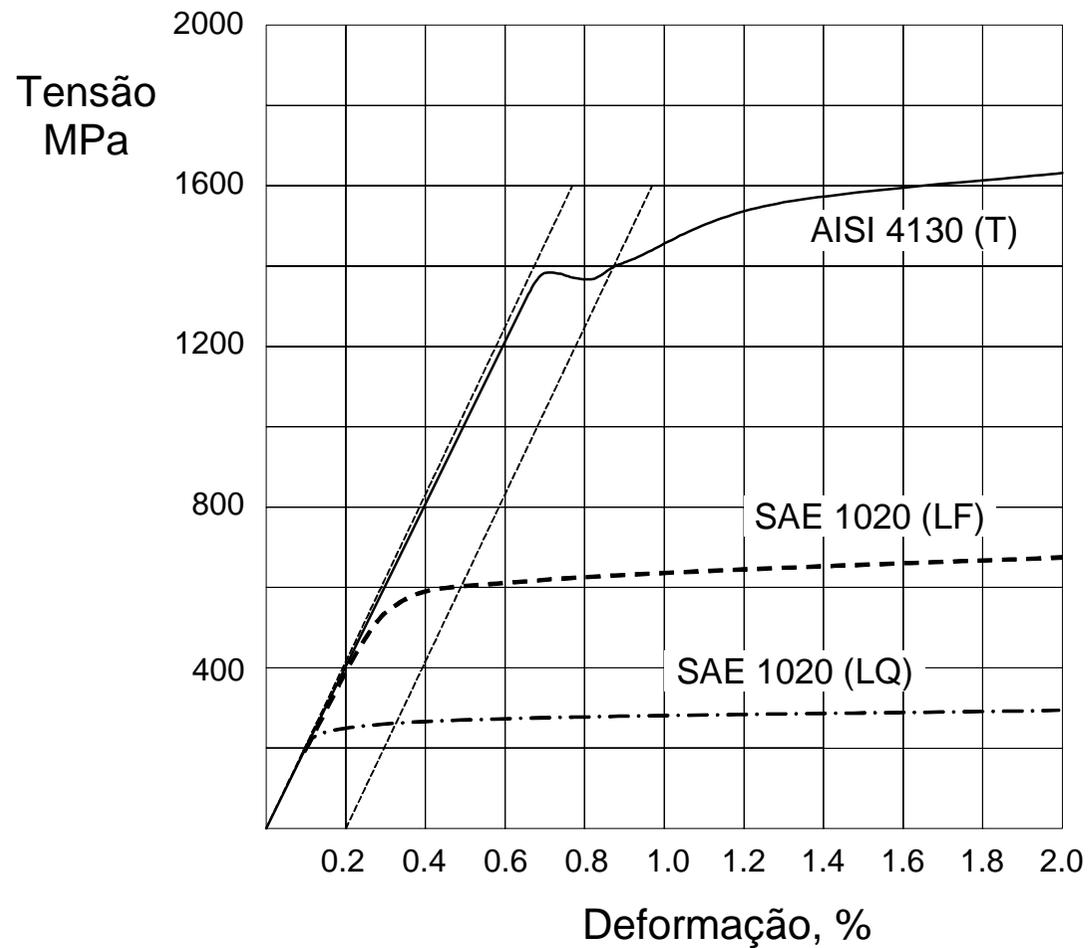
Comportamento além do regime elástico

Descarregamento



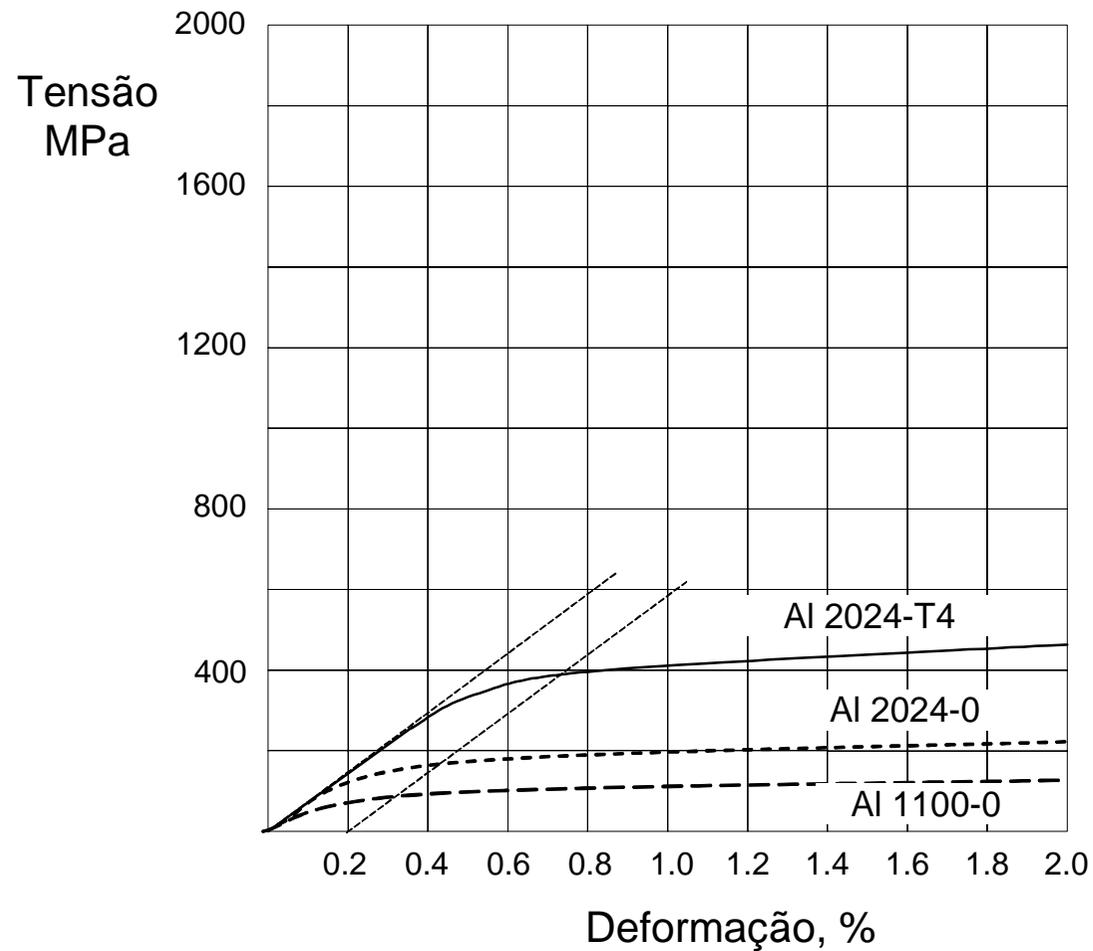
Comportamento além do regime elástico

Aço Carbono



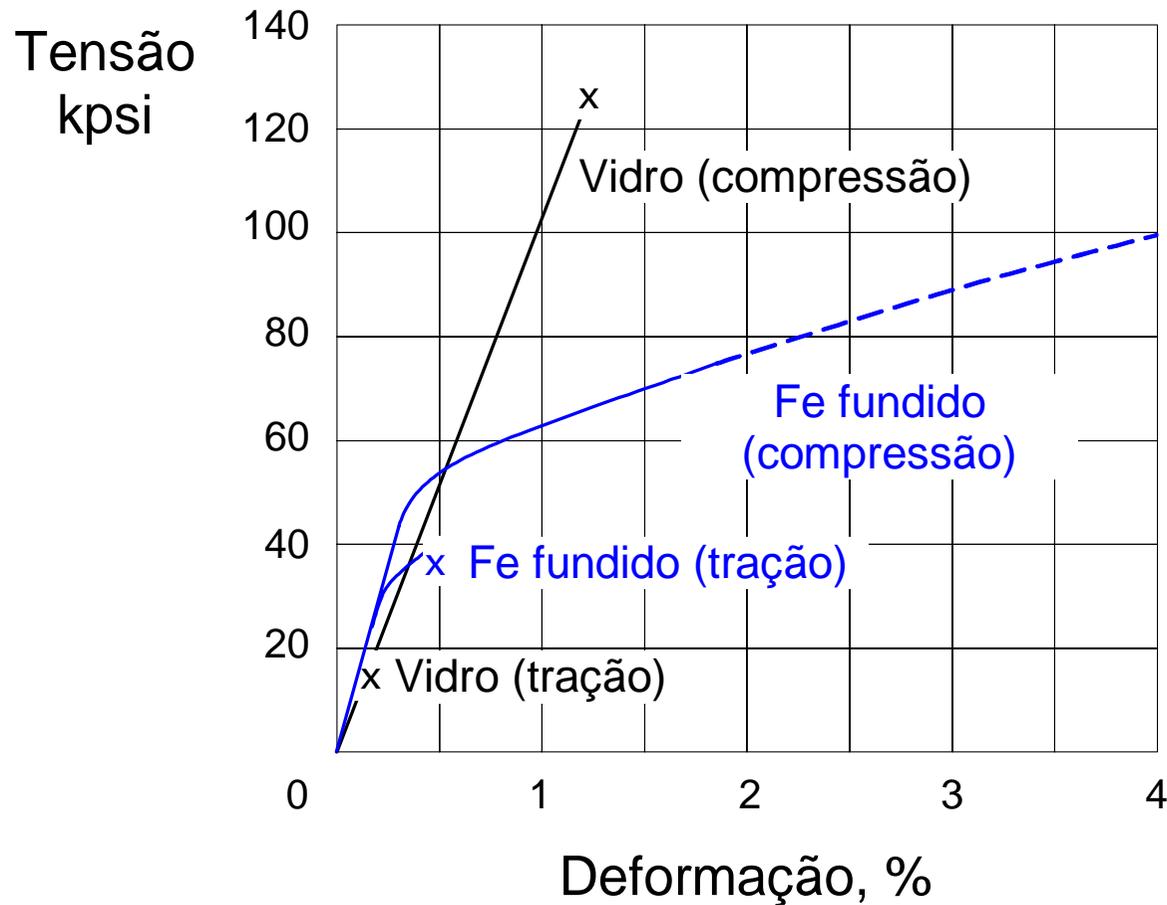
Comportamento além do regime elástico

Alumínio



Comportamento além do regime elástico

Vidro e Ferro Fundido

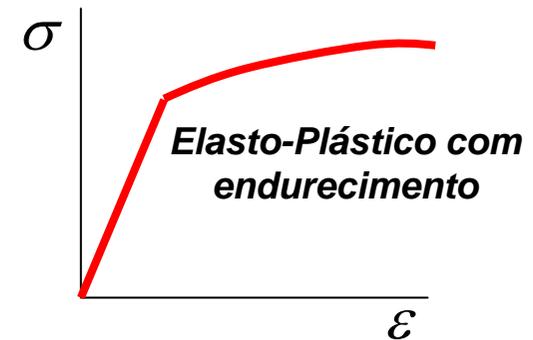
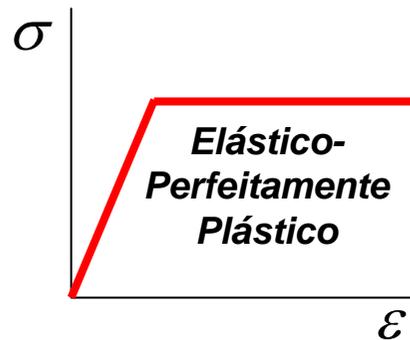
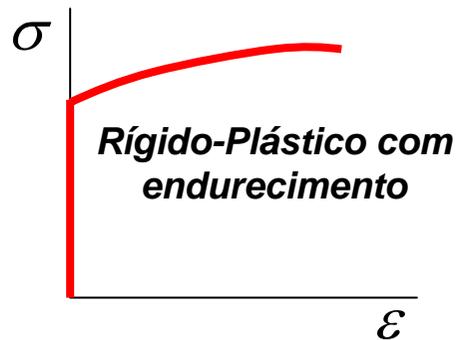
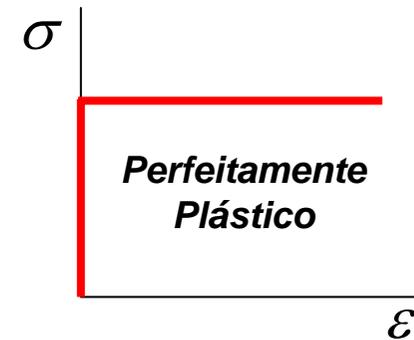
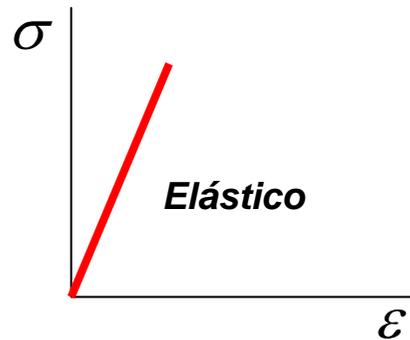
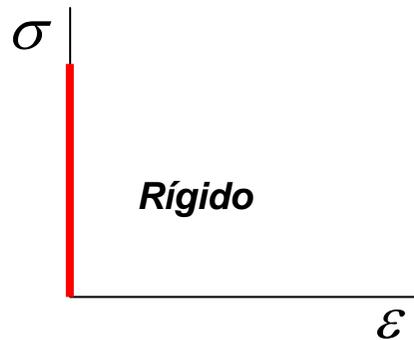


Comportamento além do regime elástico

- O comportamento mecânico do material é descrito por modelos matemáticos que envolvem
 - Equilíbrio (balanço das quantidades de movimento linear e angular)
 - Relações entre deslocamentos e deformações (cinemática)
 - Relações entre tensões e deformações
- A curva tensão-deformação deve ser descrita matematicamente
- Necessidade de simplificações na relação tensão-deformação (relação constitutiva) para a modelagem matemática

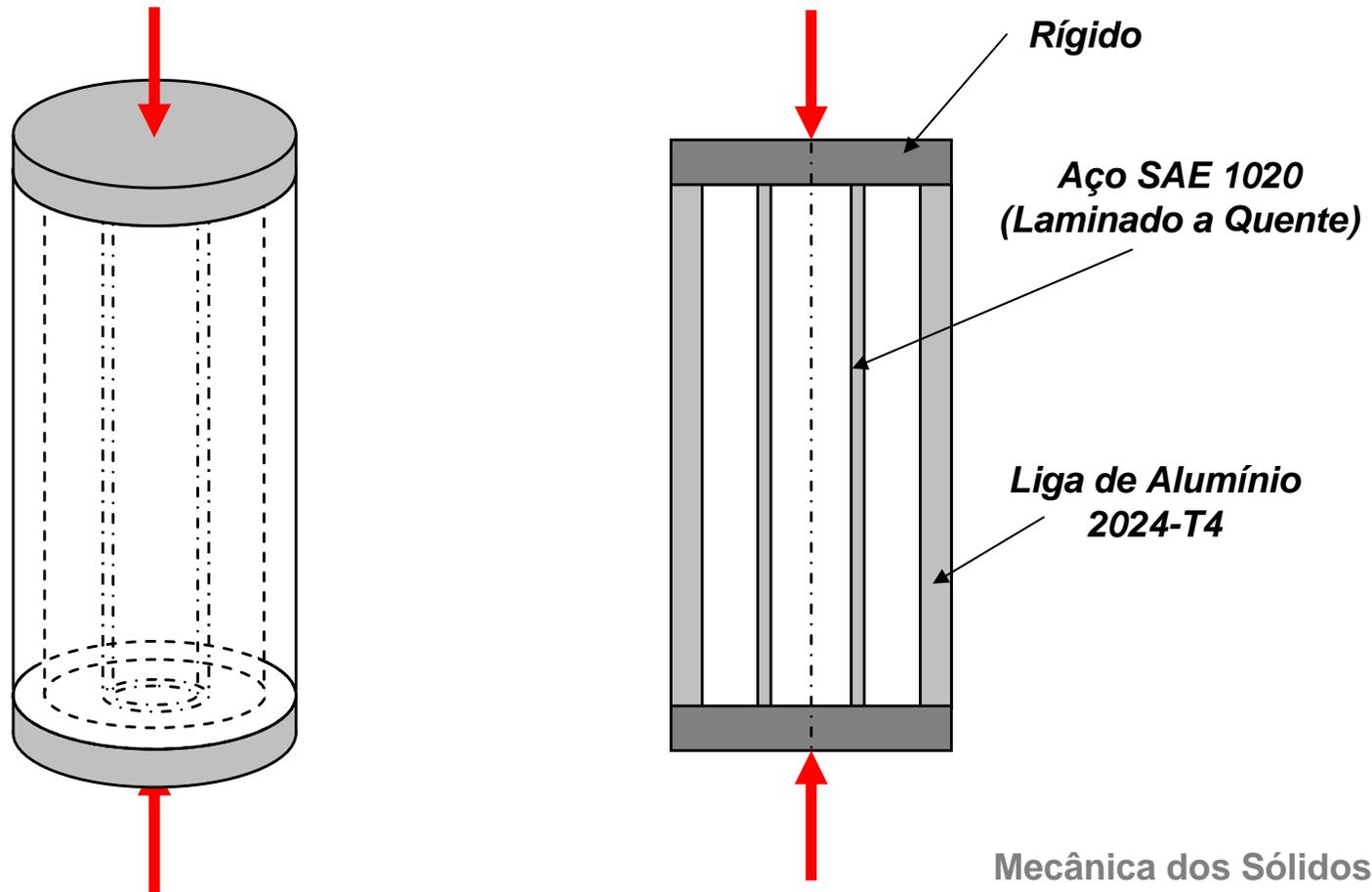
Comportamento além do regime elástico

Idealização das curvas tensão-deformação



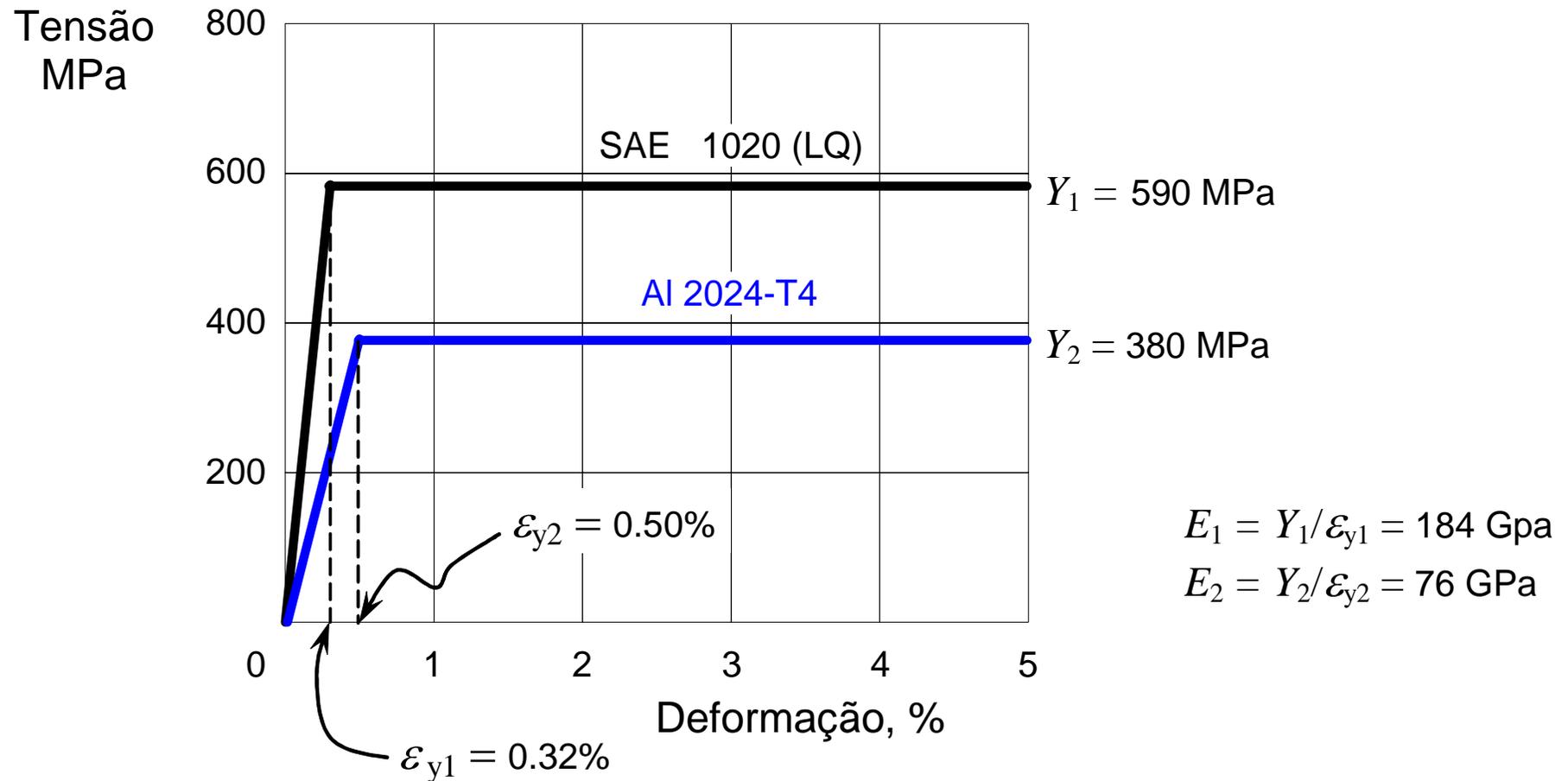
Comportamento além do regime elástico

Problema: Determinar curva *carregamento-deslocamento* do conjunto (dois tubos concêntricos de materiais diferentes).
Considerar materiais *elástico-perfeitamente plásticos*

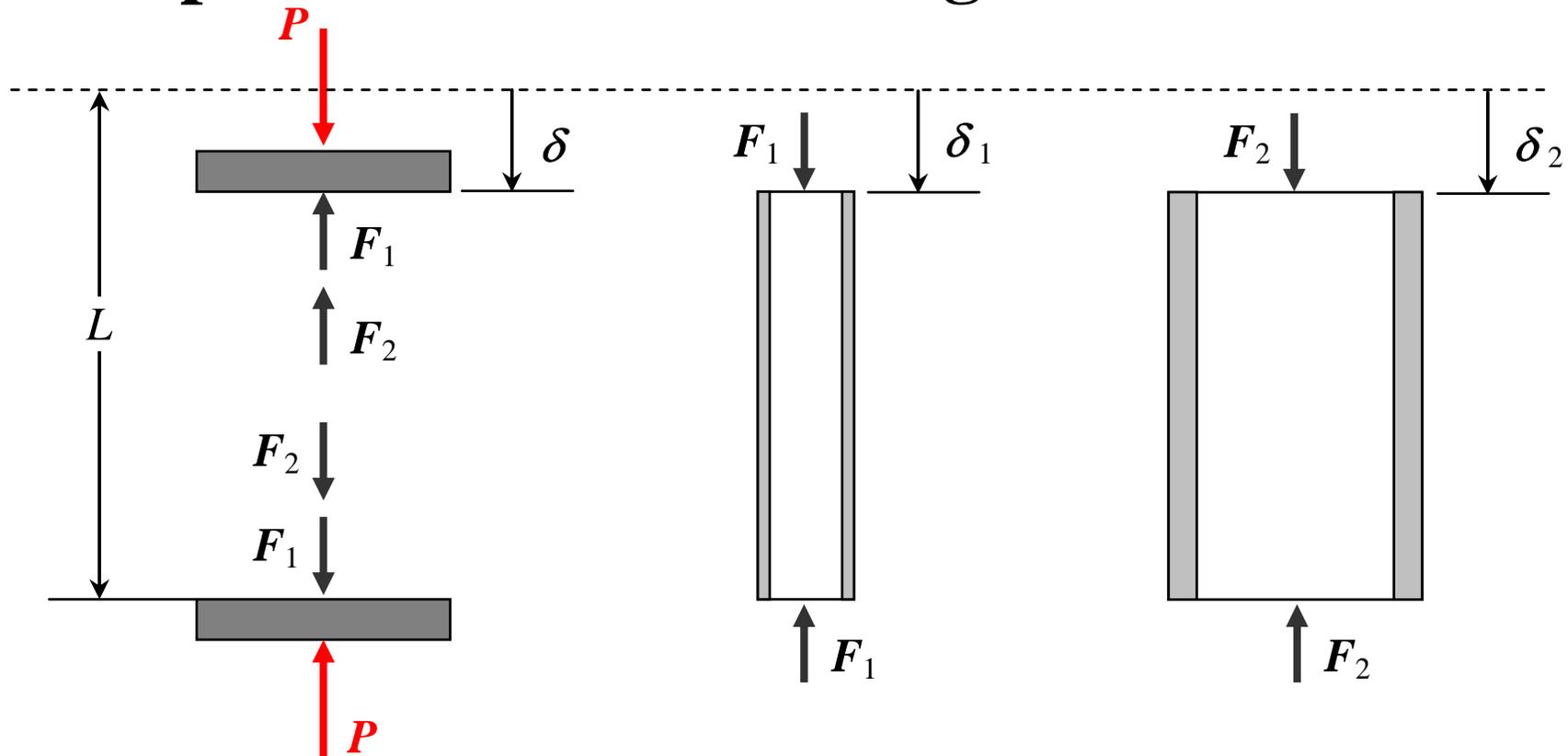


Comportamento além do regime elástico

Curvas tensão-deformação (em tração ou compressão)



Comportamento além do regime elástico



Equilíbrio: $P = F_1 + F_2$

Compatibilidade Geométrica: $\delta = \delta_1 = \delta_2$

$$F_1 = \sigma_1 A_1$$

$$F_2 = \sigma_2 A_2$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \delta/L$$

Comportamento além do regime elástico

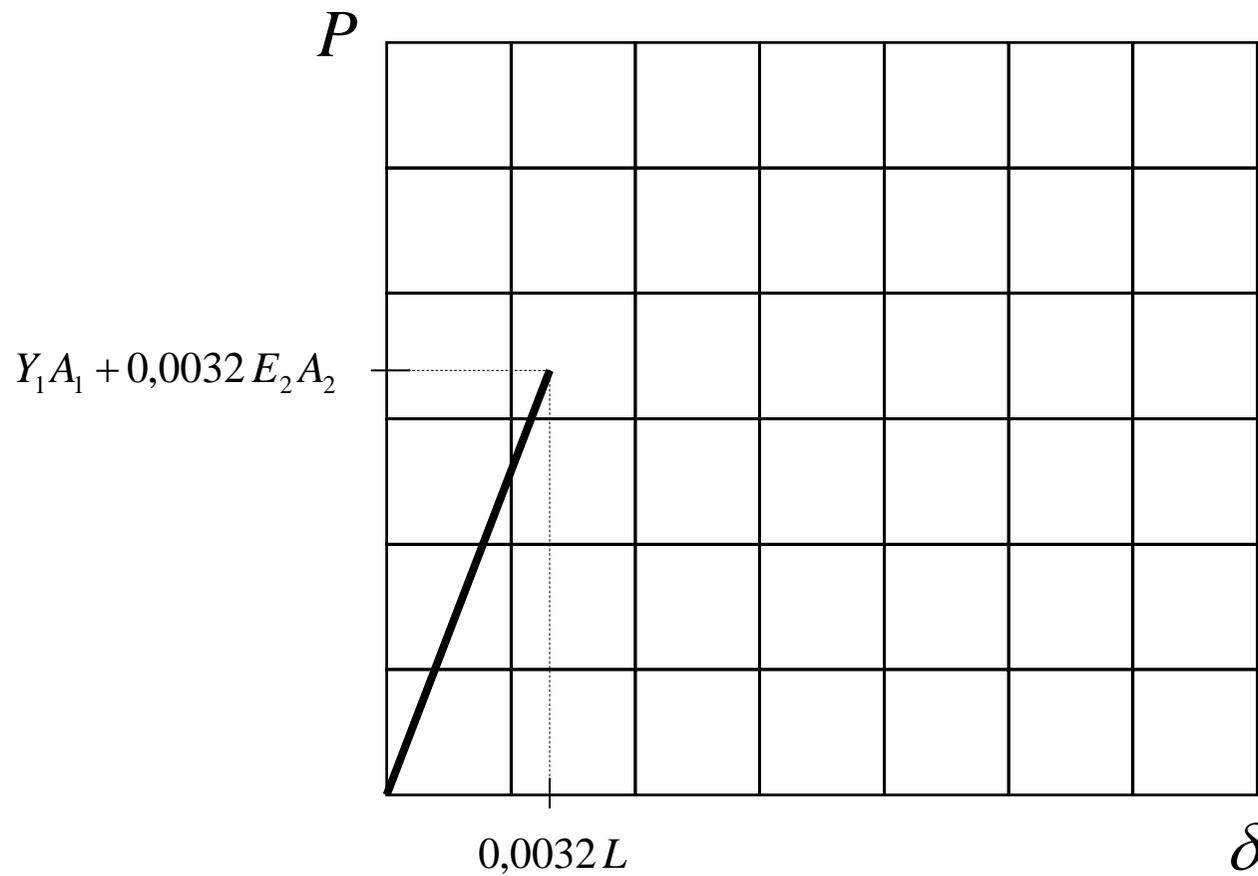
Para $\varepsilon < \varepsilon_{y1}$

Os dois tubos estão no regime elástico: $\sigma_1 = E_1\varepsilon$, $\sigma_2 = E_2\varepsilon$

$$P = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{L} \delta$$

Comportamento além do regime elástico

Para $\varepsilon < \varepsilon_{y1}$



Comportamento além do regime elástico

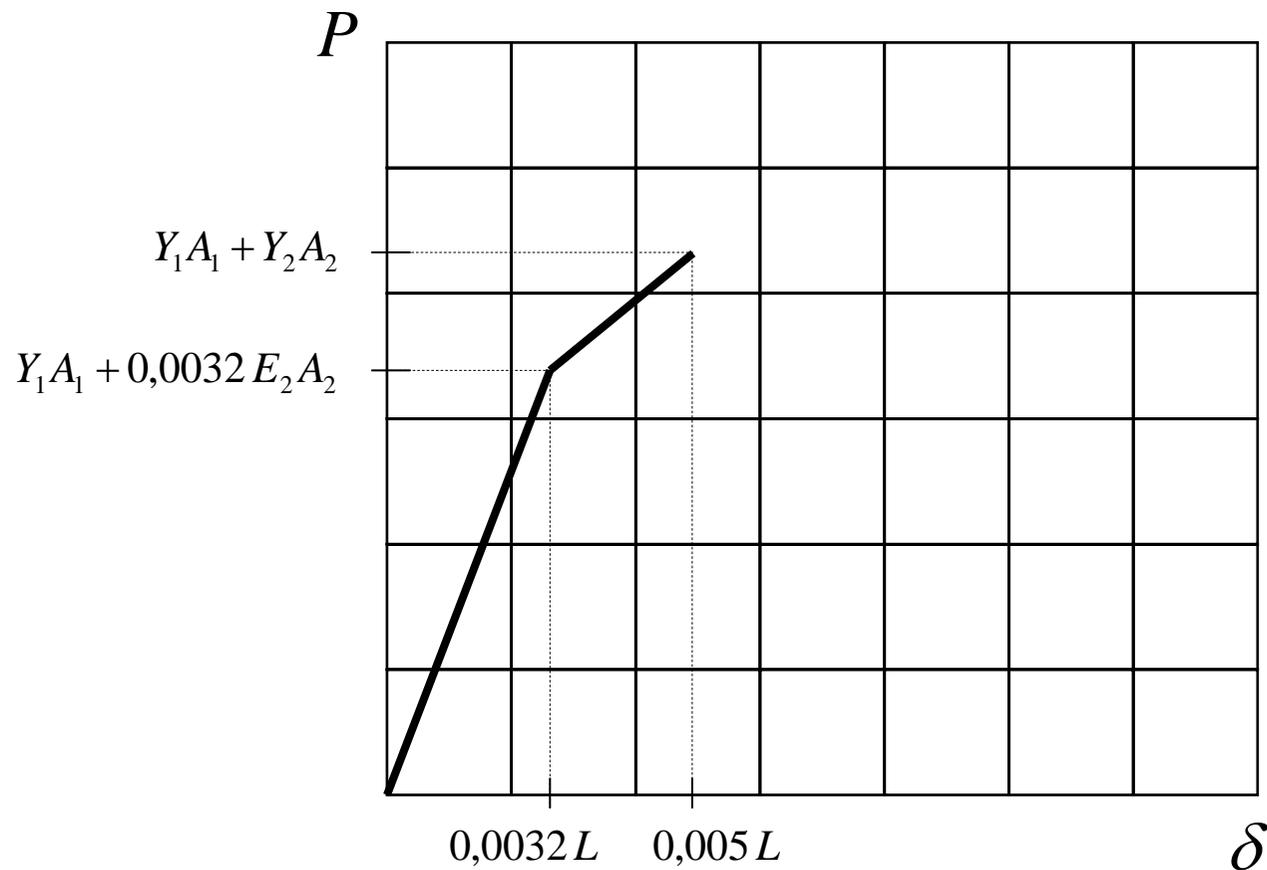
Para $\varepsilon_{y1} < \varepsilon < \varepsilon_{y2}$

O tubo de aço está no regime plástico e o de alumínio no regime elástico: $\sigma_1 = Y_1$, $\sigma_2 = E_2 \varepsilon$

$$P = Y_1 A_1 + \frac{E_2 A_2}{L} \delta$$

Comportamento além do regime elástico

Para $\varepsilon < \varepsilon_{y2}$



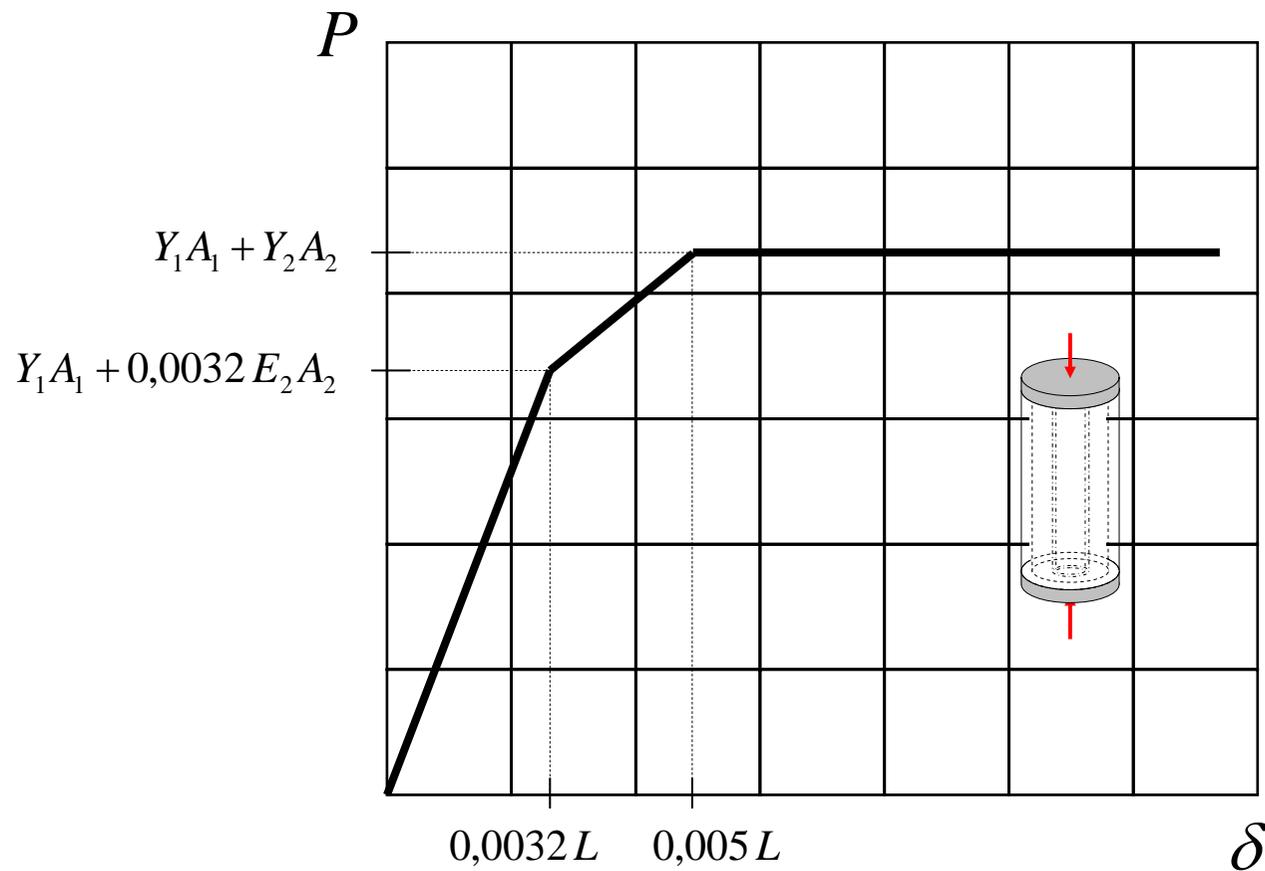
Comportamento além do regime elástico

Para $\varepsilon_{y2} < \varepsilon$

Os dois tubos estão no regime plástico: $\sigma_1 = Y_1, \sigma_2 = Y_2$

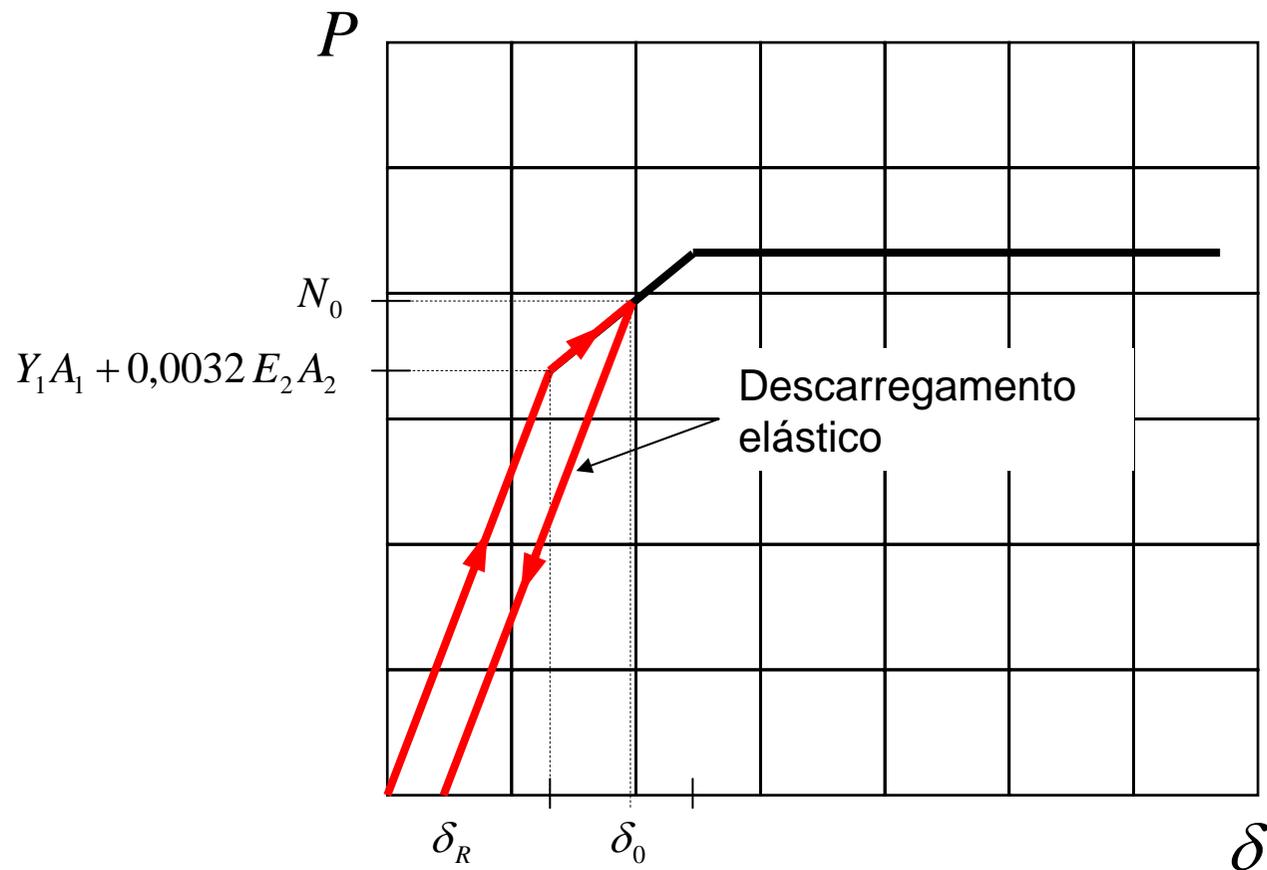
$$P = Y_1 A_1 + Y_2 A_2$$

Comportamento além do regime elástico



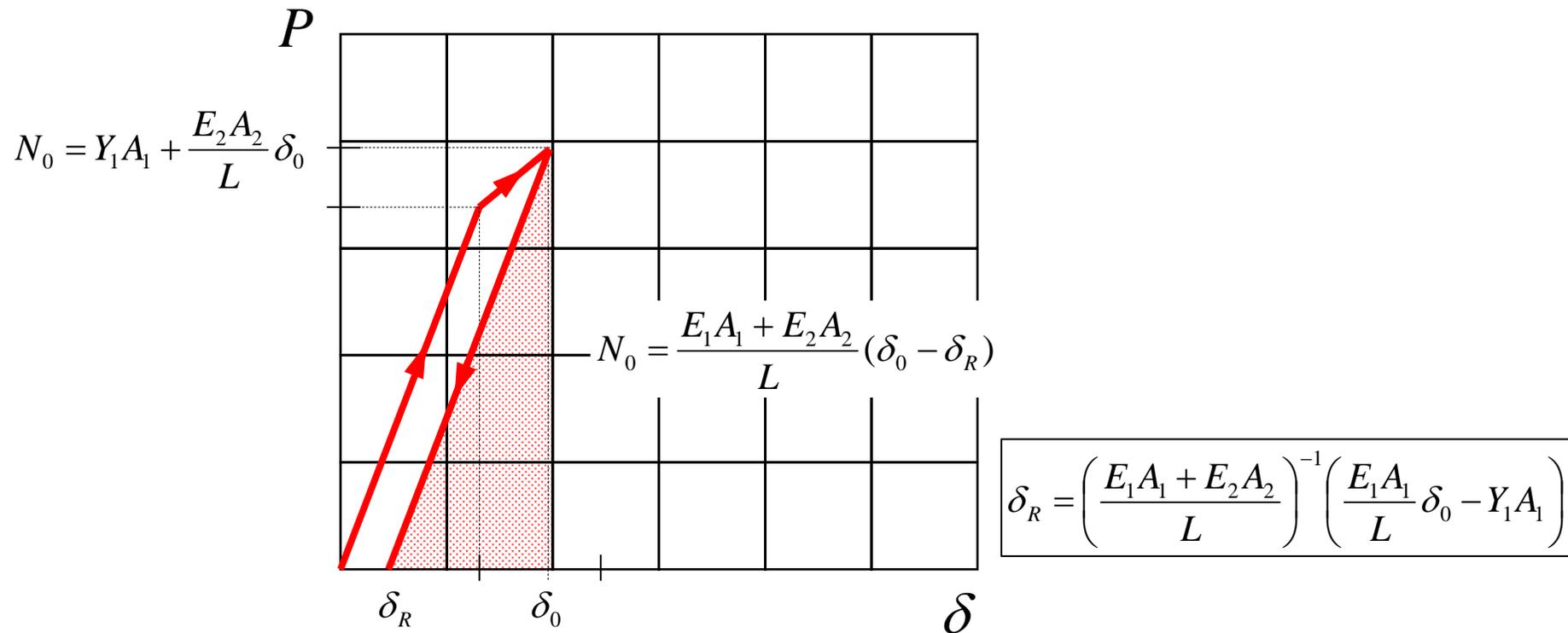
Comportamento além do regime elástico

Deformações e tensões residuais



Comportamento além do regime elástico

Conhecido δ_0 , determinar δ_R e as tensões residuais



Comportamento além do regime elástico

Tensões residuais

$$\sigma_1^R A_1 + \sigma_2^R A_2 = 0$$

$$\sigma_2^R = E_2 \frac{\delta_R}{L}$$

$$\sigma_1^R = -\frac{\sigma_2^R A_2}{A_1} = -E_2 \frac{A_2}{A_1} \frac{\delta_R}{L}$$

