

Departamento de Engenharia Mecânica



Mecânica dos Sólidos I

Torção de Barras Cilíndricas

Prof. Arthur M. B. Braga

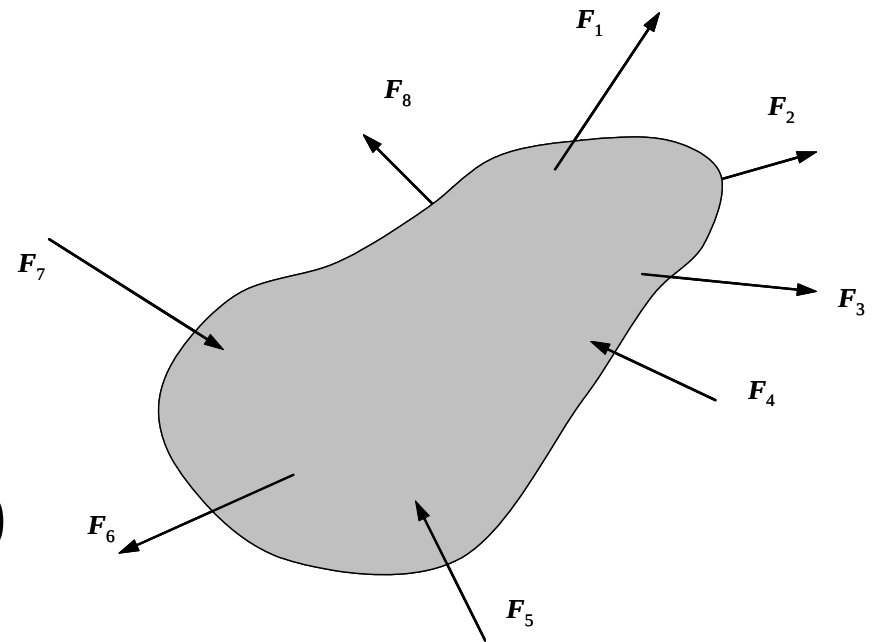
Mecânica dos Sólidos

Problema

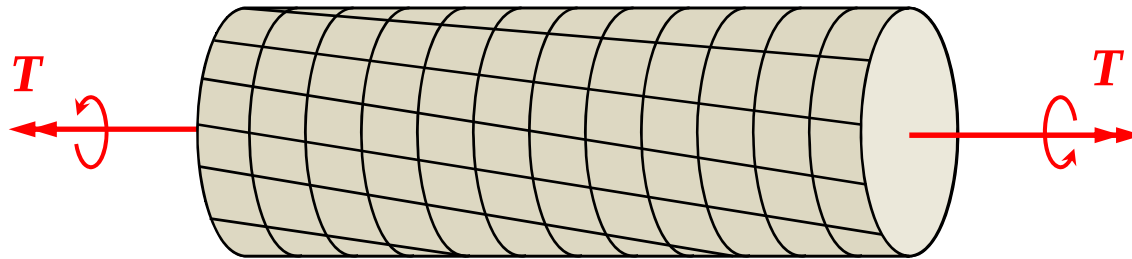
Corpo sujeito a ação de esforços externos (forças, momentos, etc.)

Determinar

- Esforços internos (tensões)
- Deformações
- Deslocamentos



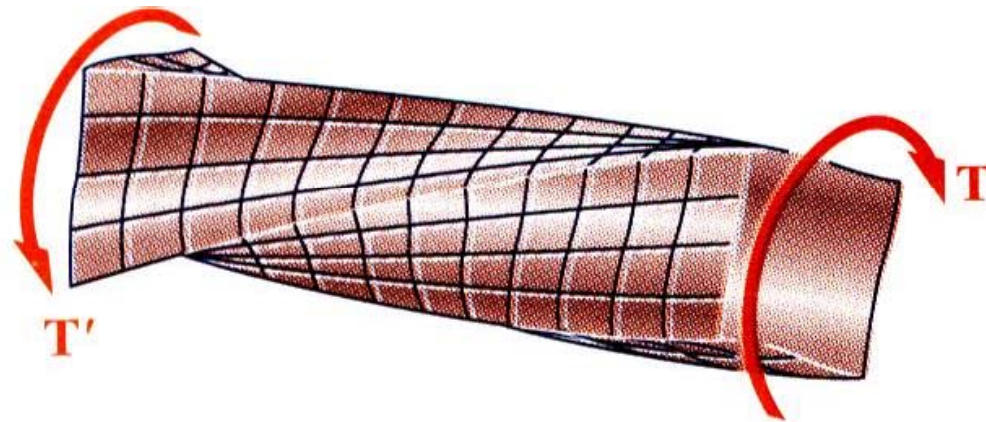
Torção de Barras Cilíndricas



Ref.: S. H. Crandall, N. C. Dahl, and T. J. Lardner, *An Introduction to The Mechanics of Solids*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1978

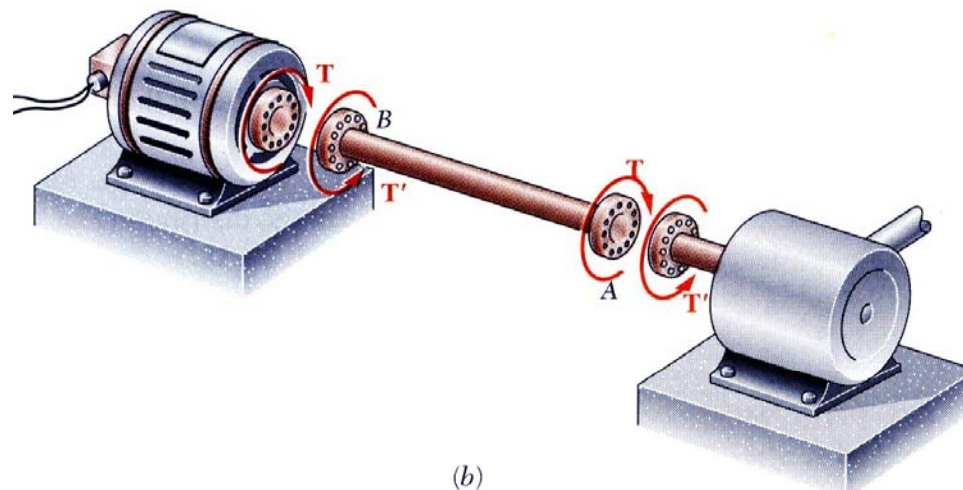
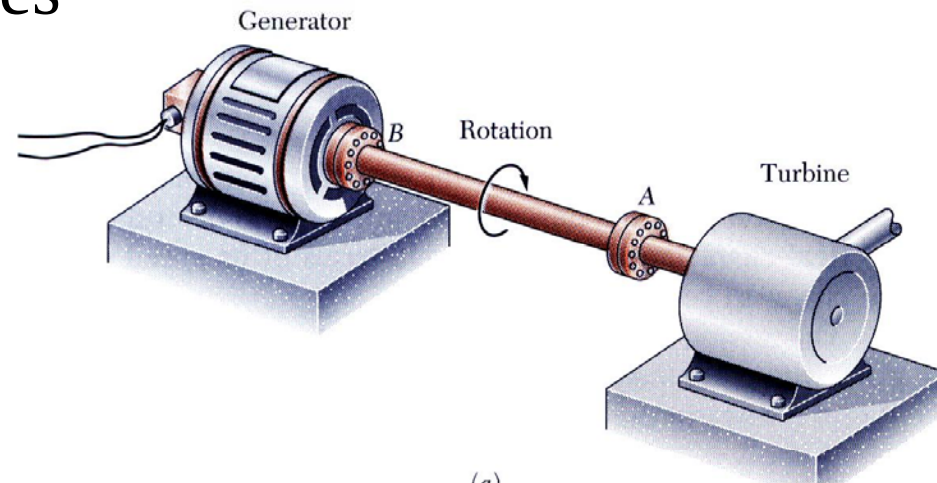
Torção de Barras Cilíndricas

A geometria de deformação de barras retangulares em torção é mais complexa



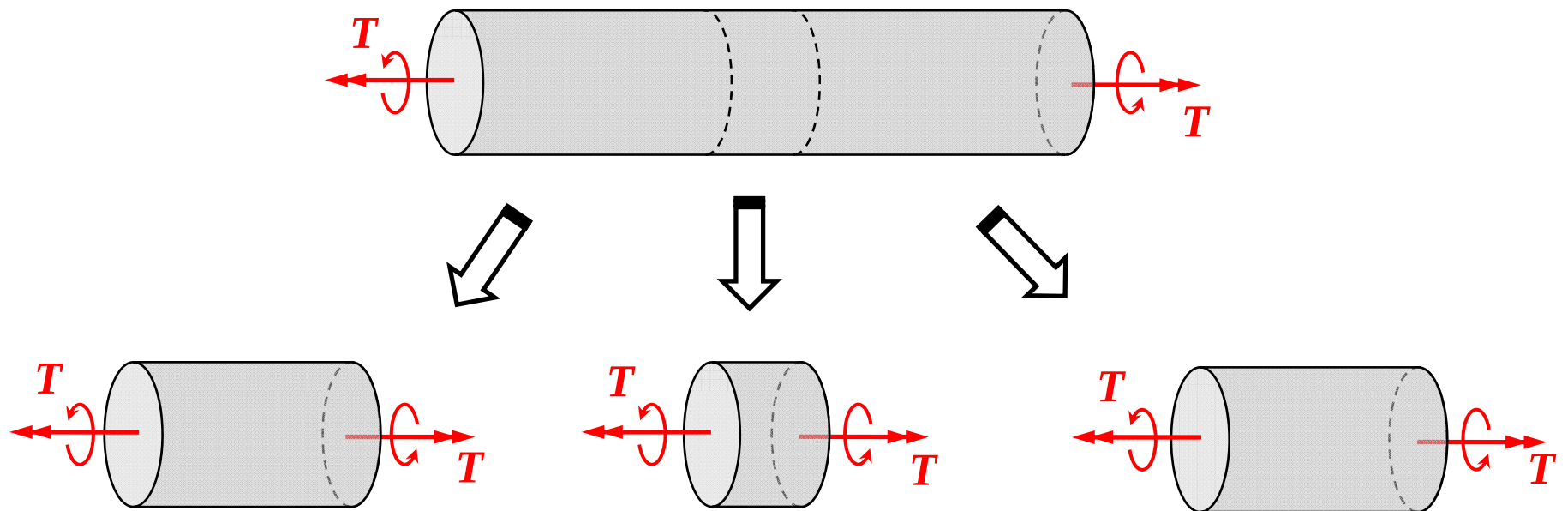
Torção de Barras Cilíndricas

Aplicações



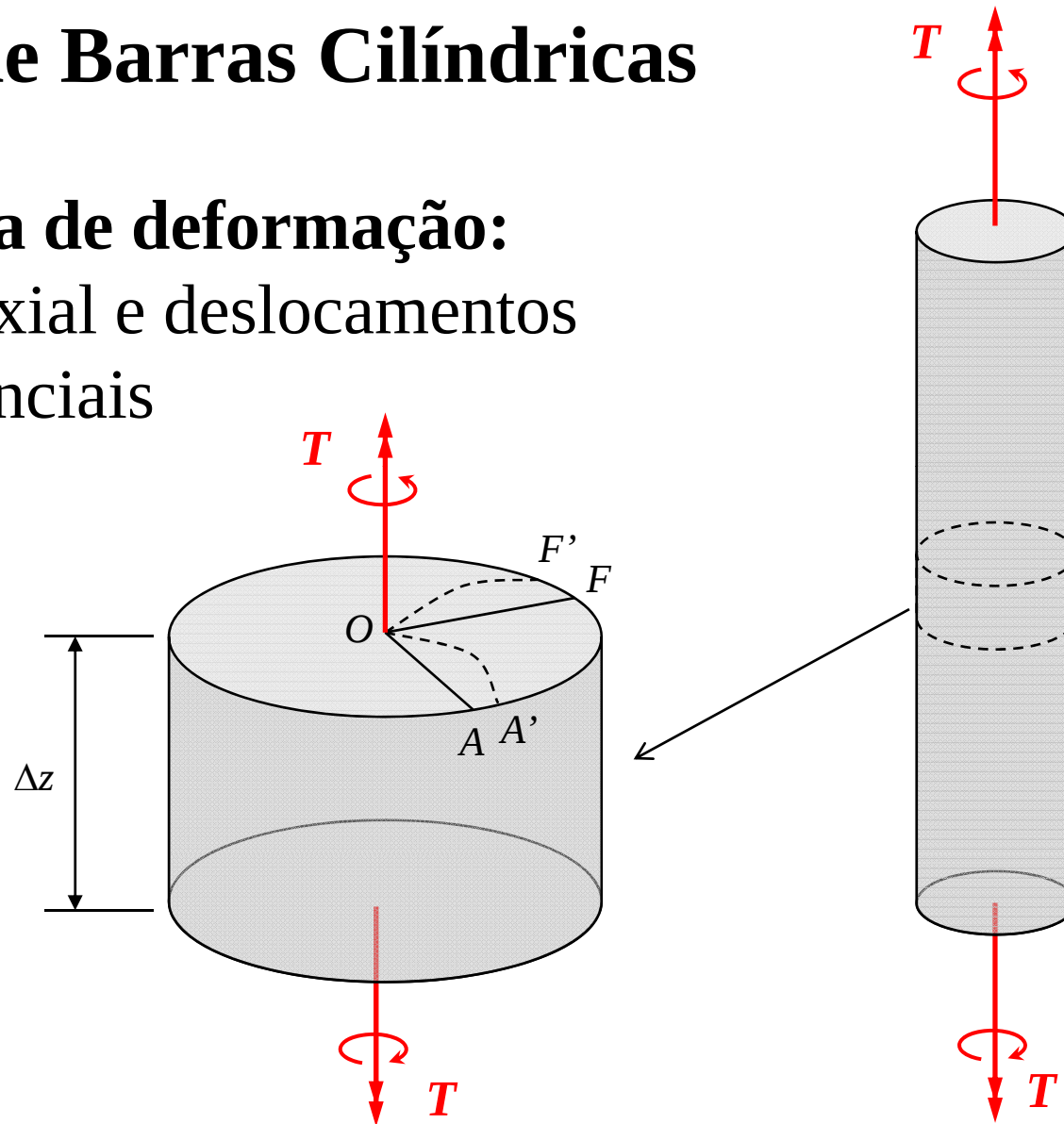
Torção de Barras Cilíndricas

Inicialmente vamos considerar uma distribuição uniforme do momento torsor (torque).



Torsão de Barras Cilíndricas

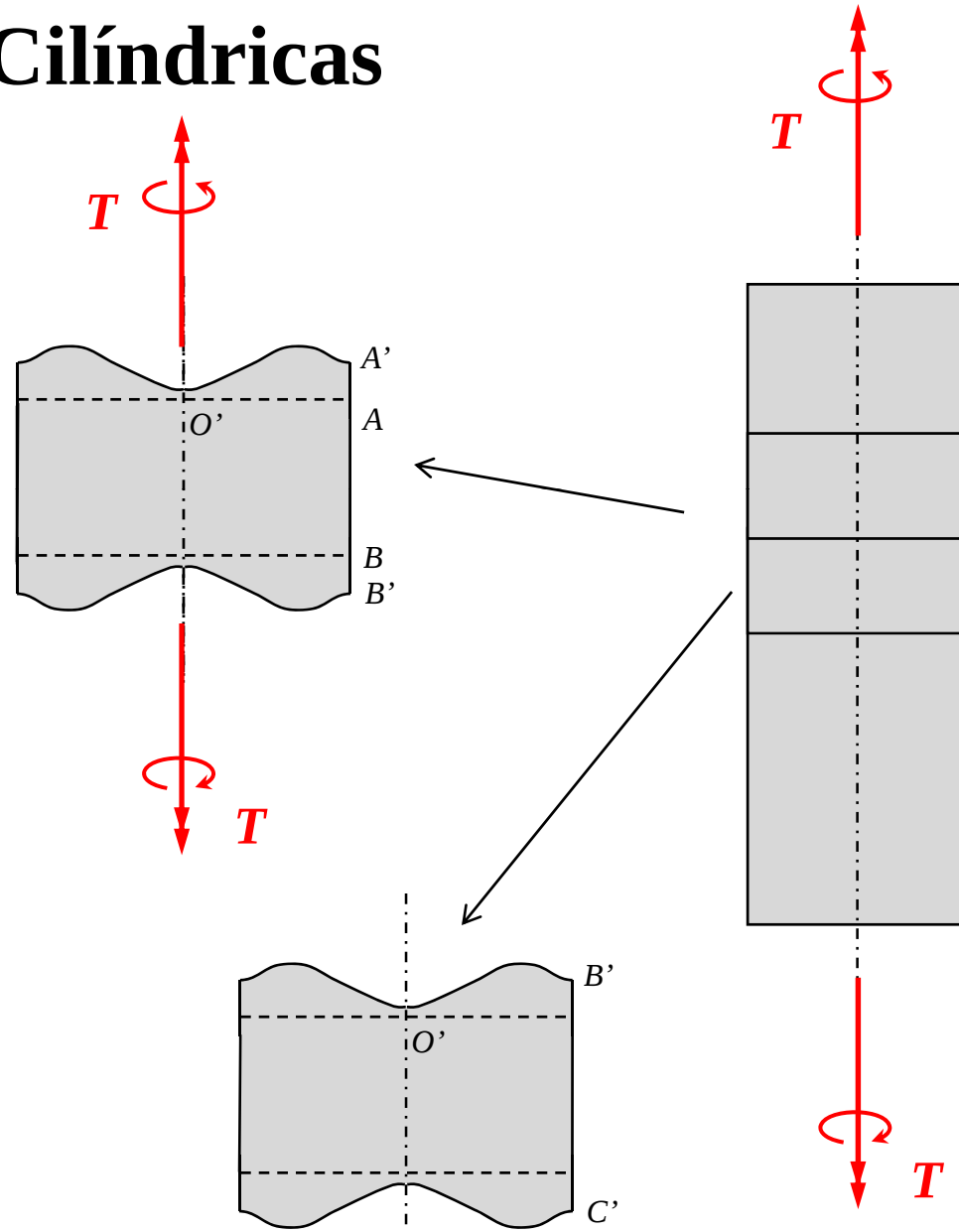
Geometria de deformação:
Simetria axial e deslocamentos circunferenciais



Torção de Barras Cilíndricas

**Geometria de
deformação:**
Simetria e
deslocamentos
axiais

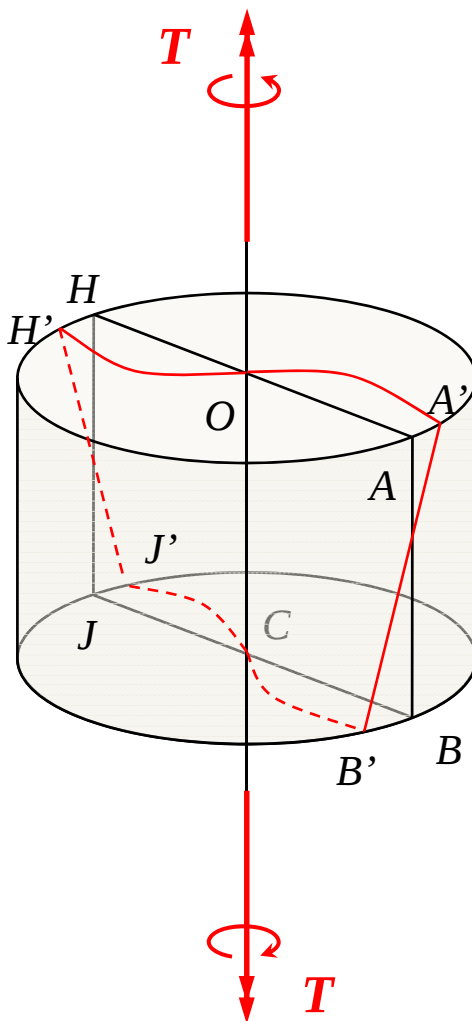
Deslocamentos axiais
devem ser nulos!



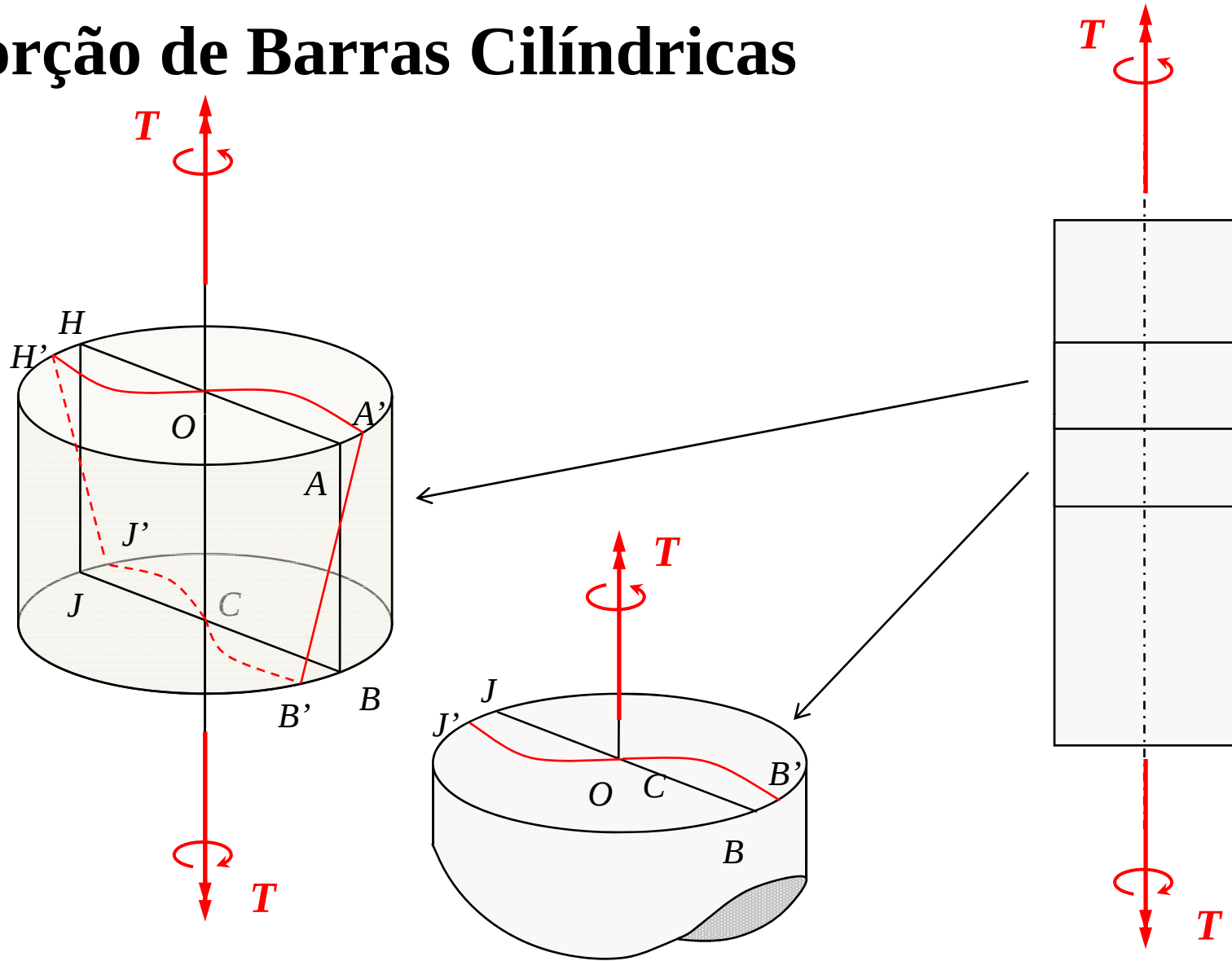
Torção de Barras Cilíndricas

Geometria de deformação:

Hipótese sobre a distribuição de deslocamentos circunferenciais ao longo da direção radial

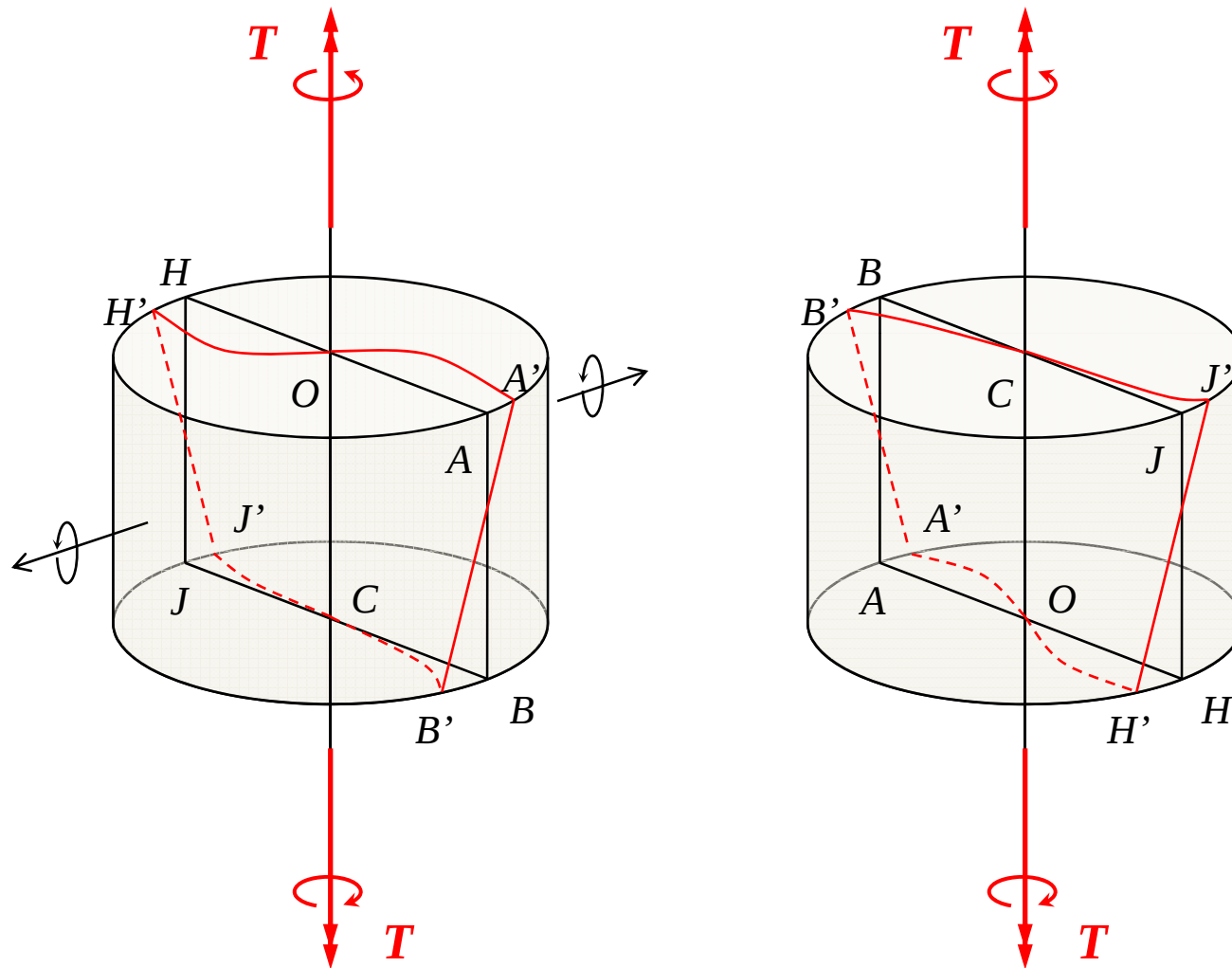


Torção de Barras Cilíndricas

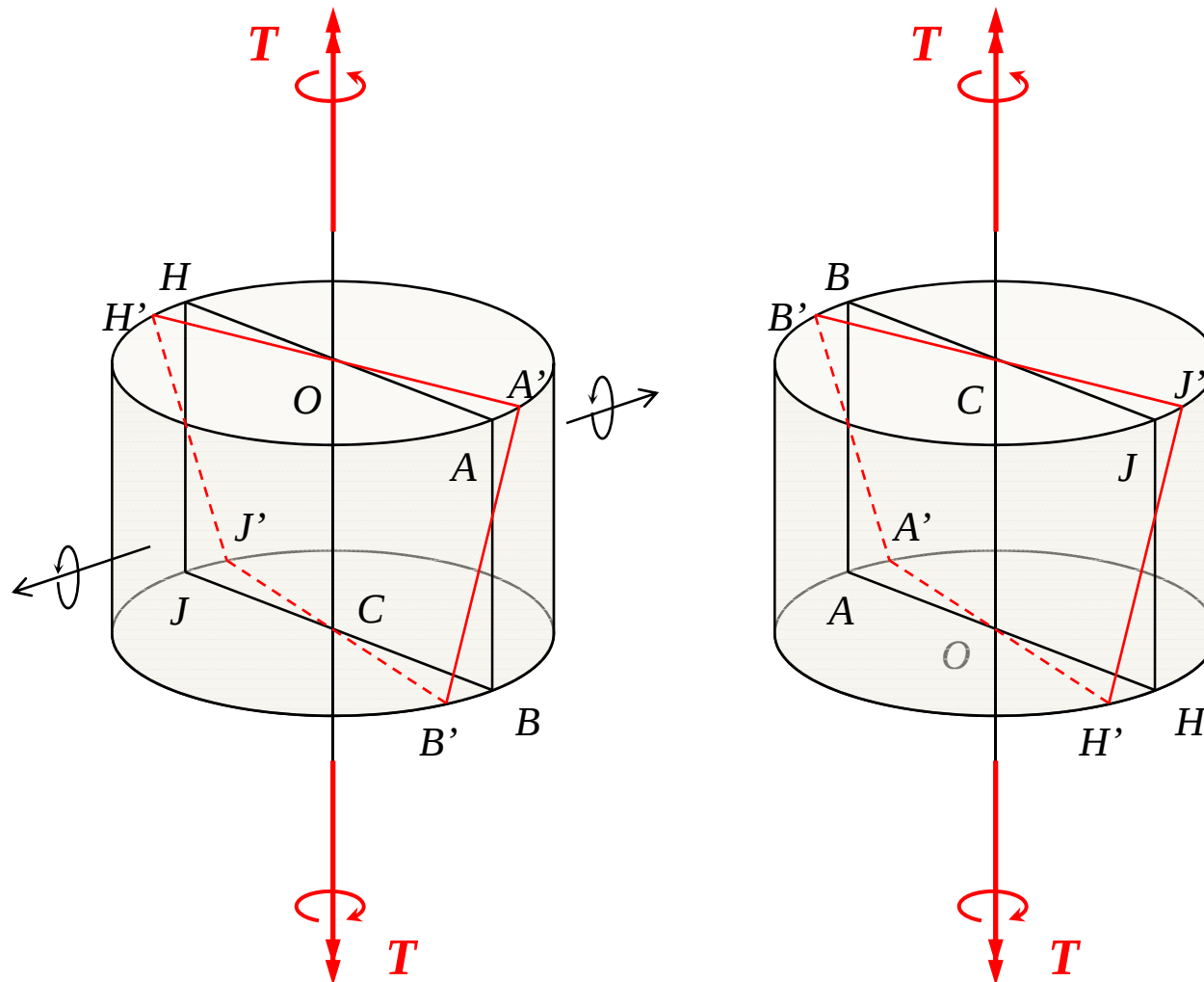


Incompatibilidade de deslocamentos

Torção de Barras Cilíndricas



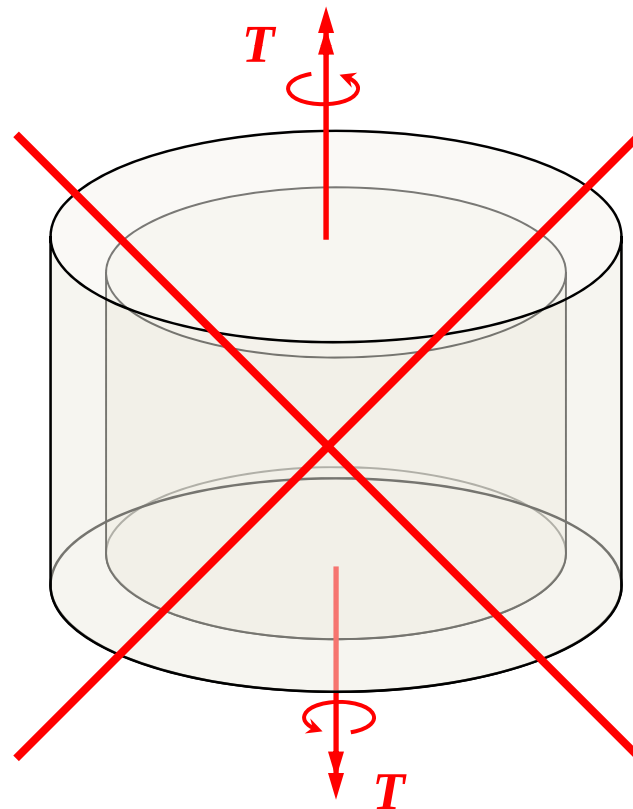
Torção de Barras Cilíndricas



Deslocamentos circunferenciais devem variar linearmente com a direção radial!

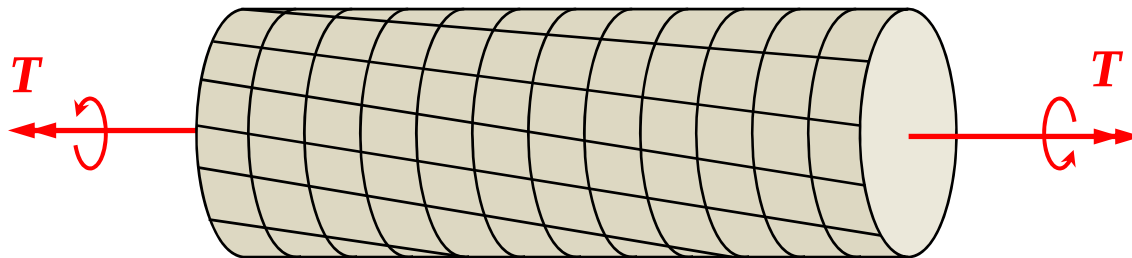
Torção de Barras Cilíndricas

Hipótese Adicional: Não há variação de volume (diâmetro e comprimento da barra mantêm-se inalterados).



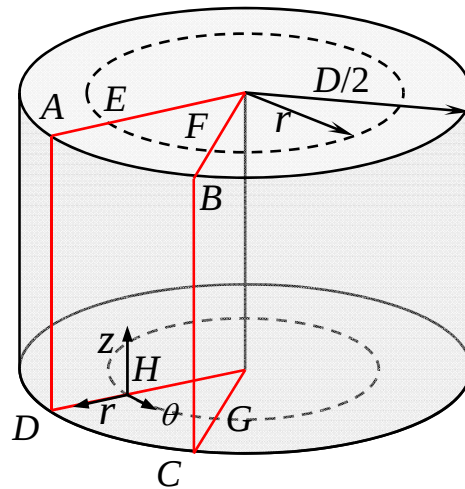
Torção de Barras Cilíndricas

Geometria de deformação: Seções transversais da barra cilíndrica (eixo) mantêm-se indeformadas enquanto sofrem rotações em relação às seções imediatamente adjacentes.



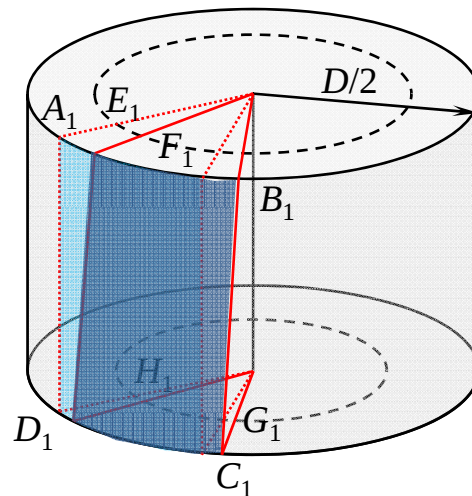
Torção de Barras Cilíndricas

Deformação de uma seção da barra



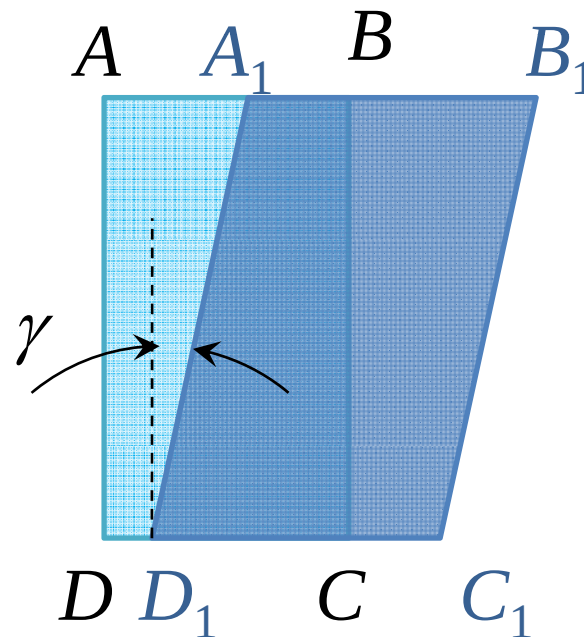
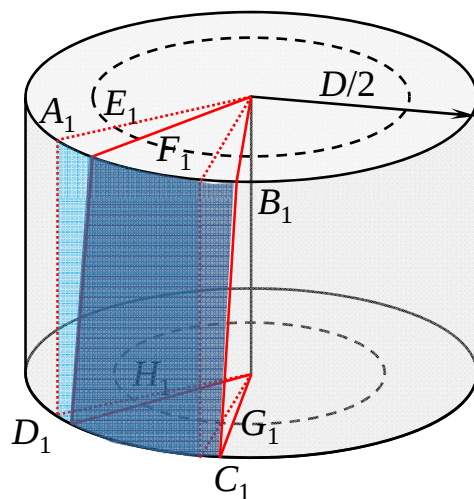
Torção de Barras Cilíndricas

Deformação de uma seção da barra



Torção de Barras Cilíndricas

Deformação de uma seção da barra: CISALHAMENTO

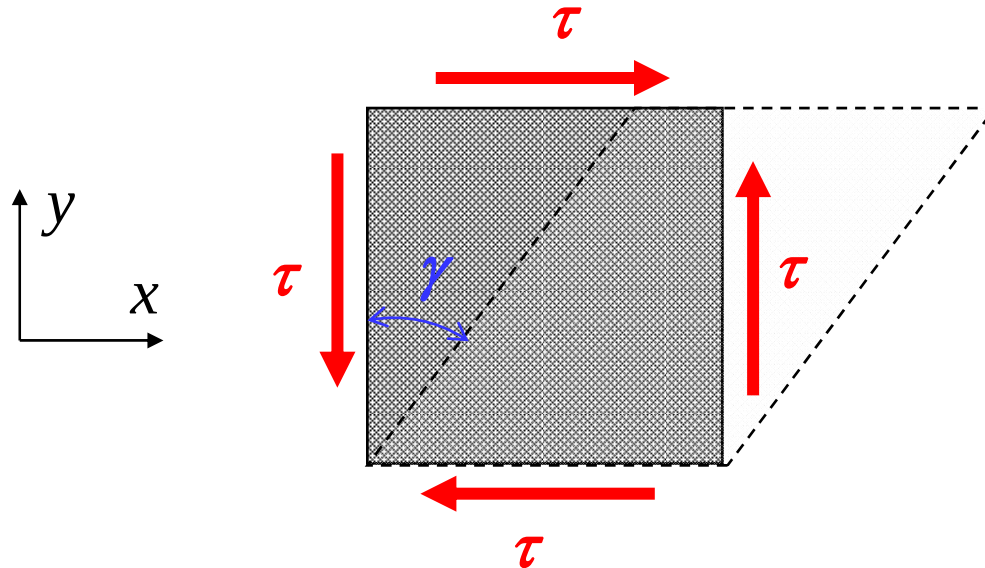


Cisalhamento

Tensão e Deformação Cisalhante

- Pequenas deformações
- Resposta linear elástica

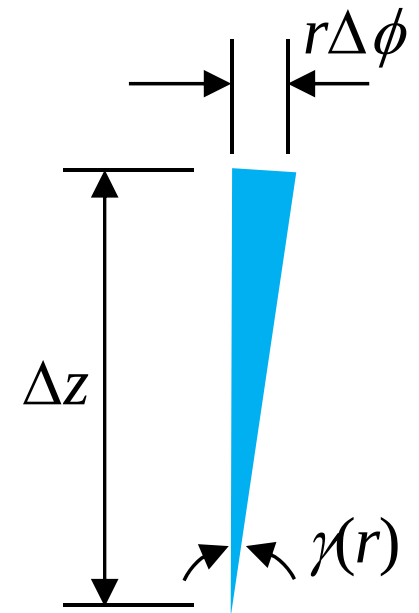
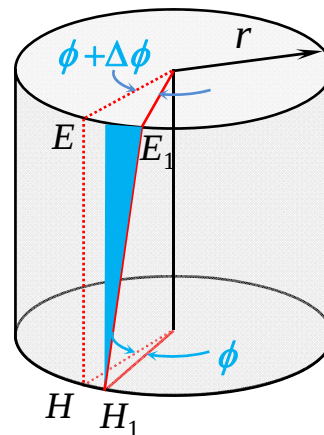
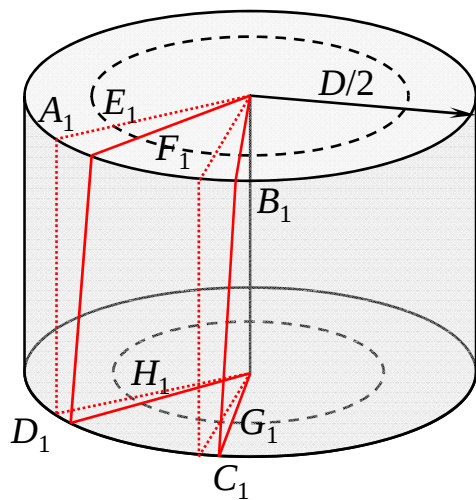
$$\tau = G \gamma$$



$$\tau = \sigma_{xy}$$

Torção de Barras Cilíndricas

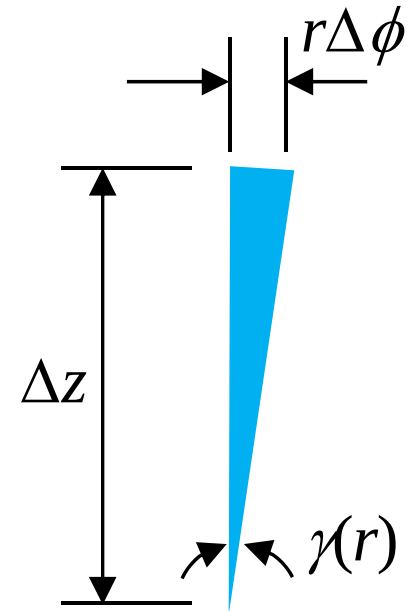
Deformação de uma seção da barra: CISALHAMENTO



Torção de Barras Cilíndricas

Deformação de uma seção da barra: CISALHAMENTO

$$\gamma(r) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} r \frac{\Delta \phi}{\Delta z} = r \frac{d\phi}{dz}$$



Torção de Barras Cilíndricas

Deformação

$$\gamma(r) = r \frac{d\phi}{dz}$$

Relação entre tensão e deformação

$$\gamma(r) = \frac{\tau(r)}{G}$$

Equilíbrio

$$\begin{aligned} T &= \int r \tau(r) dA = \int r \left(Gr \frac{d\phi}{dz} \right) dA \\ &= G \frac{d\phi}{dz} \int r^2 dA = GJ \frac{d\phi}{dz} = \frac{\tau(r)J}{r} \end{aligned}$$

Torção de Barras Cilíndricas

