MECÂNICA DOS SÓLIDOS I

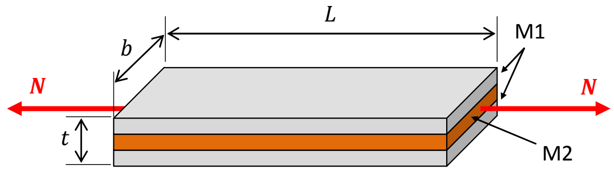
P1 – 29/04/2011

Problema 1 (3,0 pontos). Considere uma placa laminada formada por uma camada intermediária do Material M2 perfeitamente colada a duas camadas do material M1. A placa tem comprimento L e largura b. As duas lâminas externas têm espessura t_1 e a lâmina do meio t_2, de tal forma que a espessura total da placa é $t = 2t_1 + t_2$. O modulo de elasticidade dos Materiais M1 e M2 são, nessa ordem, E_1 e E_2. Os coeficientes de dilatação térmica dos dois materiais são respectivamente α_1 e α_2. Mostre que a deformação longitudinal da placa é dada pela relação:

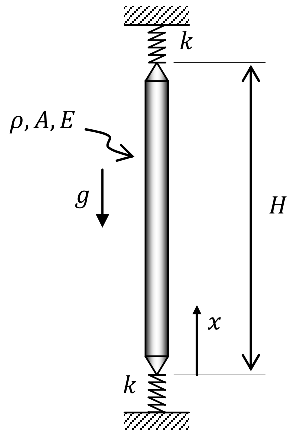
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{N}{AE_{eq}} + \alpha_{eq}\Delta T$$

onde

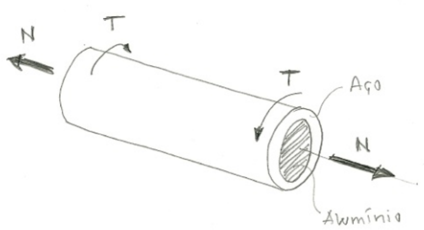
$$A = bt, \qquad E_{eq} = \frac{2t_1E_1 + t_2E_2}{t}, \quad \text{e} \quad \alpha_{eq} = \frac{2t_1E_1\alpha_1 + t_2E_2\alpha_2}{2t_1E_1 + t_2E_2}$$

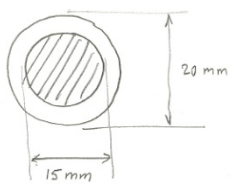


Problema 2 (3,5 pontos). Uma barra elástica de comprimento H, seção transversal de área A, e material de densidade ρ e módulo de elasticidade E, é montada verticalmente e sujeita ao seu próprio peso. Conforme mostra a figura ao lado, a barra é suportada por duas molas elásticas idênticas com constante de mola k. Determine as forças normais e os deslocamentos nas duas extremidades da barra. (<u>nota</u>: A barra é montada sobre as molas de tal forma que os únicos deslocamentos possíveis sejam os verticais.)



Problema 3 (3,5 pontos). Um eixo de alumínio com diâmetro de 15 mm é montado com interferência dentro de um tubo de aço com diâmetro externo de 20 mm. Ambos deformam-se solidariamente. A tabela abaixo apresenta as propriedades elásticas do aço e alumínio. O conjunto é carregado simultaneamente por uma força axial $N = 20$ kN e um torque $T = 100$ N·m.





	Aço	Alumínio
E (GPa)	200	70
G (GPa)	80	26

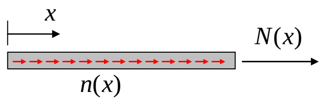
(a) Determine as parcelas da força normal e do torque que são transferidas para o eixo de alumínio e para o tubo de aço.

(b) Determine a rotação por unidade de comprimento ($\Delta\phi/L$) e a deformação axial ($\Delta L/L$) do conjunto.

(c) Determine as tensões principais e a máxima tensão cisalhante em um ponto na superfície externa do tubo de aço.

Equações

1) Carregamento axial



$$\frac{dN}{dx} + n(x) = 0, \; \varepsilon = \frac{N}{EA} + \alpha \, \Delta T \text{, e } \varepsilon = \frac{du}{dx}$$

2) Carregamento de Torção

$$\Delta\phi = \frac{TL}{GJ}$$

$$\tau(r) = \frac{Tr}{J}$$

Cilindro $J = \dfrac{\pi D^4}{32}$

Tubo $J = \dfrac{\pi}{32}\left[D_e^4 - D_i^4\right]$

3) Estado plano de tensão

$$\sigma_{\mathrm{m}} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \qquad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$$\sigma_I = \sigma_{\mathrm{m}} + R \qquad \sigma_{II} = \sigma_{\mathrm{m}} - R$$

Tensão Cisalhante Máxima

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \qquad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$