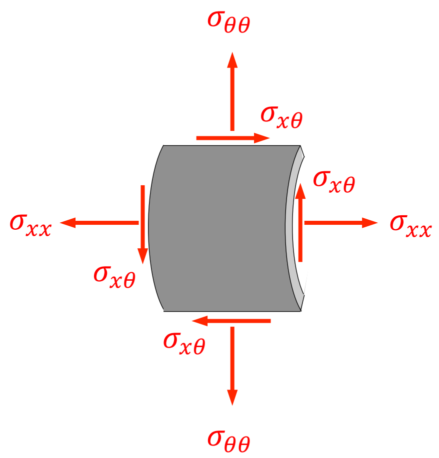
Problema 1 (3,5 pontos).



(a) Deformações

$$\epsilon_{xx} = \epsilon(0°) = 102\times10^{-6}$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \epsilon(90°) = 424\times10^{-6}$$

$$\epsilon_{x\theta} = \epsilon(45°) - \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{\theta\theta}}{2} = 57{,}0\times10^{-6}$$

(b) Tensões

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{\theta\theta}) = 50{,}4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\epsilon_{xx} + \epsilon_{\theta\theta}) = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x\theta} = \frac{E}{1+\nu}\epsilon_{x\theta} = 8{,}77 \text{ MPa}$$

$$A = \frac{\pi}{4}[D^2 - (D-2t)^2] = 2{,}83\times10^{-3} \text{ m}^2$$

$$J = \frac{\pi}{32}[D^4 - (D-2t)^4] = 5{,}80\times10^{-6} \text{ m}^4$$

(c) Carregamentos

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{pD}{2t} \quad\Longrightarrow\quad p = \frac{2t\sigma_{\theta\theta}}{D} = 20{,}0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xx} = \nu\frac{pD}{2t} + \frac{N}{A} \quad\Longrightarrow\quad N = A\left(\sigma_{xx} - \nu\frac{pD}{2t}\right) = 57{,}7 \text{ kN}$$

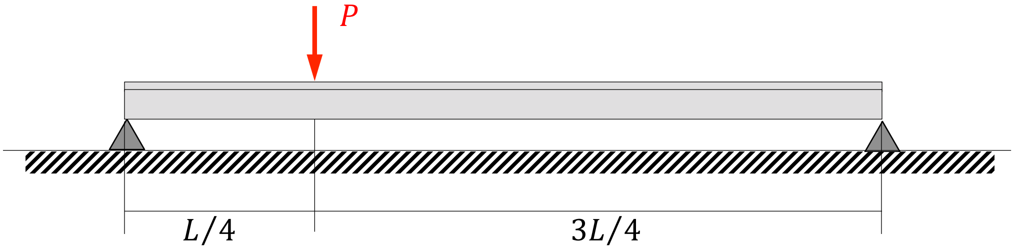
$$\sigma_{x\theta} = \frac{D}{2}\frac{T}{J} \Longrightarrow T = \frac{2J\sigma_{x\theta}}{D} = 1{,}00 \text{ kN·m}$$

(d) Deslocamento e rotação

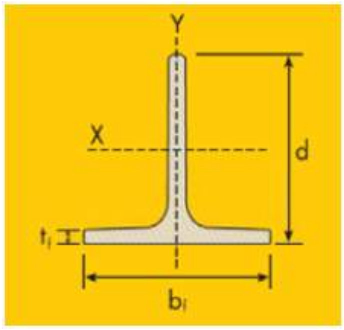
$$\delta = L\epsilon_{xx} = \frac{NL}{EA} = 0{,}102 \text{ mm}$$

$$\phi = \frac{TL}{GJ} = 2{,}28\times10^{-3} \text{ rad} = 0{,}131°$$

Problema 2 (3,5 Pontos).



Bitola	Mesa	Espessura	Peso	Área	Eixo X			
	$d=b_f$	$t_f=t_w$	Nominal		I	W	r	x
	mm	mm	kg/m	cm²	cm⁴	cm³	cm	cm
3/4" serr.	19,05	2,50	0,69					
5/8 x 1/8"	15,88	3,18	0,71	0,90	0,20	0,19	0,47	0,51
3/4 x 1/8"	19,05	3,18	0,86	1,13	0,36	0,27	0,57	0,59
7/8 x 1/8"	22,22	3,18	0,99	1,34	0,59	0,38	0,67	0,67
1 x 1/8"	25,40	3,18	1,18	1,54	0,90	0,50	0,77	0,75
1.1/4 x 1/8"	31,75	3,18	1,50	1,92	1,84	0,81	0,98	0,91
1.1/2 x 1/8"	38,10	3,18	1,82	2,32	3,24	1,18	1,18	1,07
1.1/4 x 3/16"	31,75	4,76	2,16	2,79	2,56	1,16	0,96	0,97
1.1/2 x 3/16"	38,10	4,76	2,65	3,40	4,56	1,70	1,16	1,13
2 x 3/16"	50,80	4,76	3,62	4,61	11,33	3,12	1,57	1,45
2 x 1/4"	50,80	6,35	4,74	6,05	14,47	4,04	1,55	1,50



Considerando apenas a carga concentrada:

$$\max\{|M(x)|\} = |M(L/4)| = 3PL/16$$

$$\max\{|\sigma_{xx}(x,y)|\} = |\sigma_{xx}(L/4\,, d - X)| = |M(L/4)|/W < S_y/n_s$$

Portanto

$$3PL/16W < S_y/n_s \implies W > 3PLn_s/16S_y = 1{,}2 \text{ cm}^3$$

O perfil escolhido é portanto o de bitola 1-1/2 x 3/16", com $W = 1{,}70 \text{ cm}^3$ e peso de 2,65 kg/m.

Devemos verificar se, além da carga concentrada, este perfil é capaz de também suportar o seu próprio peso. Portanto, acrescentando agora o peso da barra como um carregamento uniformemente distribuído $q = 2{,}65 \text{ kg/m} = 26 \text{ N/m}$

$$\max\{|M(x)|\} = |M(L/4)| = 3PL/16 + qa(L-a)/2 = 159 \text{ N}\cdot\text{m}$$

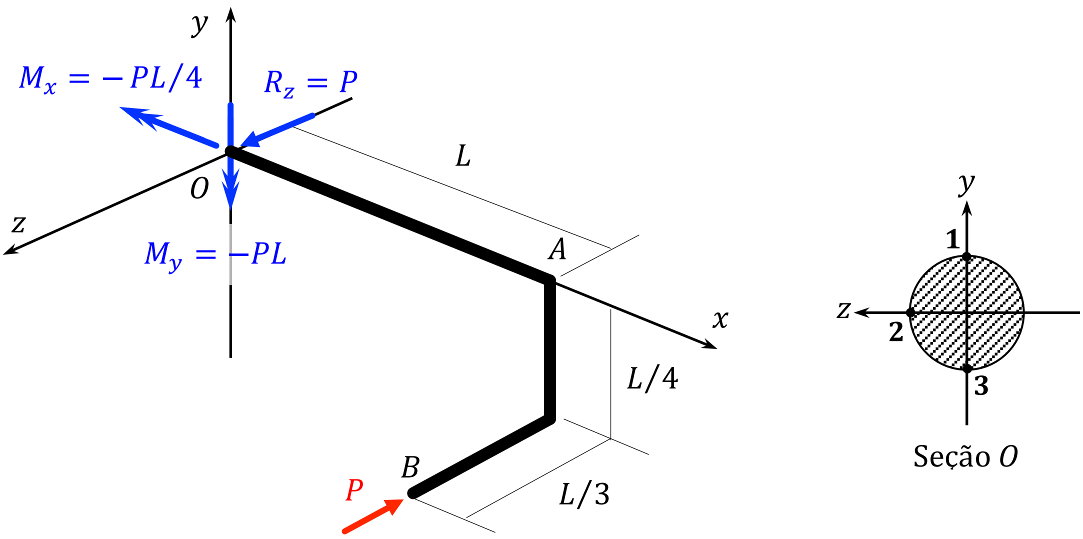
$$\max\{|\sigma_{xx}(x,y)|\} = |M(L/4)|/W = 93{,}5 \text{ MPa} < S_y/n_s = 100 \text{ MPa}$$

Logo, como $\max\{|\sigma_{xx}(x,y)|\} < S_y/n_s$, o perfil de bitola 1-1/2 x 3/16" deve ser o escolhido para o projeto.

Obs.: $M(L/2) = PL/8 + qL^2/8 = 132 \text{ N}\cdot\text{m} < M(L/4)$, portanto, neste caso, mesmo acrescentando-se a carga distribuída devido ao peso da barra, o momento fletor máximo continua a ocorrer no ponto de aplicação da carga concentrada.

Problema 3 (3,0 pontos).

Equilíbrio (reações no apoio)



<u>Ponto 1</u> (desprezando a contribuição do esforço cortante: $L \gg D \implies 4PL/\pi D^3 \gg 16P/3\pi D^2$)

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4PL/\pi D^3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4PL/\pi D^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

<u>Ponto 2</u>

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32PL/\pi D^3 & -4PL/\pi D^3 & 0 \\ -4PL/\pi D^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

<u>Ponto 3</u> (desprezando a contribuição do esforço cortante: $L \gg D \implies 4PL/\pi D^3 \gg 16P/3\pi D^2$)

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4PL/\pi D^3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -4PL/\pi D^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$