Problema 1 (3,5 pontos).

Sem considerar o peso da barra:

$$\max\{|M(x)|\} = \frac{q_0 L^2}{8}$$

$$\max\{|\sigma_{xx}(x,y)|\} = \frac{\max\{|M(x)|\}}{W} < \frac{S_Y}{n_s}, \qquad \text{onde } W = \frac{I}{\max\{|y|\}}$$

logo

$$W > \frac{n_s \max\{|M(x)|\}}{S_Y} = \frac{n_s q_0 L^2}{8 S_Y} = 49{,}26 \text{ cm}^3$$

Bitola	Peso	ALMA		MESA			EIXO X			EIXO Y			
	Nominal	d	t_w	b_f	t_f	Área	I	W	r	I	W	r	r_t
pol	kg/m	mm	mm	mm	mm	cm²	cm⁴	cm³	cm	cm⁴	cm³	cm	cm
3"	8,48	76,20	4,32	59,18	6,60	10,80	105,10	27,60	3,12	18,90	6,40	1,33	1,45
	9,68	76,20	6,38	61,24	6,60	12,32	115,00	30,18	3,06	45,60	11,48	1,92	1,98
4"	11,46	101,60	4,90	67,60	7,44	14,50	252,00	49,70	4,17	31,70	9,40	1,48	1,68
	12,65	101,60	6,43	69,20	7,44	16,11	266,00	52,40	4,06	34,30	9,90	1,46	1,83
5"	14,88	127,00	5,44	76,30	8,28	18,80	511,00	80,40	5,21	50,20	13,20	1,63	1,88
	18,24	127,00	8,81	79,70	8,28	23,24	570,00	89,80	4,95	58,60	14,70	1,59	1,92
6"	18,60	152,40	5,89	84,63	9,12	23,60	919,00	120,60	6,24	75,70	17,90	1,79	2,08
	22,00	152,40	8,71	87,50	9,12	27,97	1003,00	131,70	5,99	84,90	19,40	1,74	2,26

O perfil escolhido é o de 4" com peso de 11,46 kg/m, para o qual $W = 49{,}70 \text{ cm}^3$ (**2,0 pontos**).

Agora considerando o peso da barra:

O peso do perfil produz um carregamento uniformemente distribuído adicional $q_W = 112 \text{ N/m}$ ($9{,}81 \times 11{,}46$ N/m).

Considerando agora um carregamento $q_T = q_0 + q_W = 1.912 \text{ N/m}$, o momento fletor máximo é

$$\max\{|M(x)|\} = \frac{q_T L^2}{8} = 8.606 \text{ N} \cdot \text{m}$$

e, utilizando o perfil escolhido com $W = 49{,}70 \text{ cm}^3$:

$$\max\{|\sigma_{xx}(x,y)|\} = \frac{\max\{|M(x)|\}}{W} = 173 \text{ MPa} < \frac{S_Y}{n_s} = 175 \text{ MPa}$$

Portanto, utilizando o perfil selecionado, a tensão máxima produzida pelo carregamento q_0 mais o peso da barra, q_W, ainda é inferior à máxima admissível para o projeto contra a falha por escoamento (**1,5 ponto**).

Problema 2 (3,0 pontos).

Item (a) – 1,5 ponto

O momento fletor e o esforço normal são uniformes (não variam com x), logo:

$$\sigma_{xx}(y,z) = \frac{N}{A} - y\frac{M_z}{I_{zz}} + z\frac{M_y}{I_{yy}}$$

Para a viga de seção circular, $I_{yy} = I_{zz} = \pi D^4/64$. Além disso, $M_y = M_z = M$.

Portanto:

$$\sigma_{xx}(y,z) = \frac{4N}{\pi D^2} - y\frac{64\,M}{\pi D^4} + z\frac{64\,M}{\pi D^4}$$

(1) Para o ponto 1: $y = D/2$ e $z = 0$, logo

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{4N}{\pi D^2} - \frac{32M}{\pi D^3}$$

(2) Para o ponto 2: $y = 0$ e $z = D/2$, logo

$$\sigma_{xx}^{(2)} = \frac{4N}{\pi D^2} + \frac{32M}{\pi D^3}$$

(3) Para o ponto 3: $y = -D/2$ e $z = 0$, logo

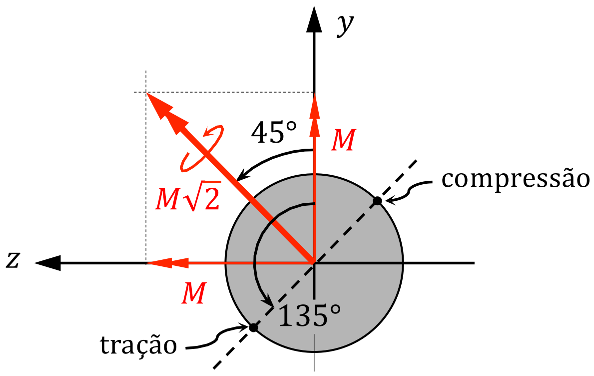
$$\sigma_{xx}^{(3)} = \frac{4N}{\pi D^2} + \frac{32M}{\pi D^3}$$

(4) Para o ponto 4: $y = 0$ e $z = -D/2$, logo

$$\sigma_{xx}^{(4)} = \frac{4N}{\pi D^2} - \frac{32M}{\pi D^3}$$

Item (b) – 1,5 ponto

A resultante do momento fletor tem uma direção que faz um ângulo de 45° com o eixo y e amplitude $M\sqrt{2}$. Assim, o plano de flexão é aquele formado pelo eixo x (eixo neutro) e o eixo com orientação $\theta = 135°$, perpendicular à direção da resultante do momento fletor.



Para o momento fletor resultante na direção $\theta = 45°$, a maior tensão normal trativa ocorre em $\theta = 135°$, onde esta superpõe-se à tensão, também trativa, produzida pelo esforço normal. A tensão normal máxima, que portanto ocorre em $\theta = 135°$, tem o valor:

$$\max\{|\sigma_{xx}|\} = \frac{4N}{\pi D^2} + \frac{32\sqrt{2}M}{\pi D^3}$$

Problema 3 (3,5 pontos).

Para a roseta a 45°:

$$\left.\begin{aligned} \epsilon_B &= \epsilon(-45°) = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} - \epsilon_{xy} \\ \epsilon_A &= \epsilon(0°) = \epsilon_{xx} \\ \epsilon_C &= \epsilon(45°) = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} + \epsilon_{xy} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_A = -520\times10^{-6} \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_B + \epsilon_C - \epsilon_{xx} = -730\times10^{-6} \\ \epsilon_{xy} &= \frac{\epsilon_C - \epsilon_B}{2} = -175\times10^{-6} \end{aligned}\right.$$

Para o estado plano de tensão:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{yy}\right) = -162 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\nu\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}\right) = -195 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{E}{1+\nu}\epsilon_{xy} = -26{,}9 \text{ MPa}$$

As tensões principais no plano xy são calculadas:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} = -179 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} = 31{,}4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_I = \sigma_m + R = -147 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{II} = \sigma_m - R = -210 \text{ MPa}$$

logo ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$):

$$\sigma_1 = \sigma_{zz} = 0$$

$$\sigma_2 = \sigma_I = -147 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \sigma_{II} = -210 \text{ MPa}$$

portanto:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 105 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} = 187 \text{ MPa}$$