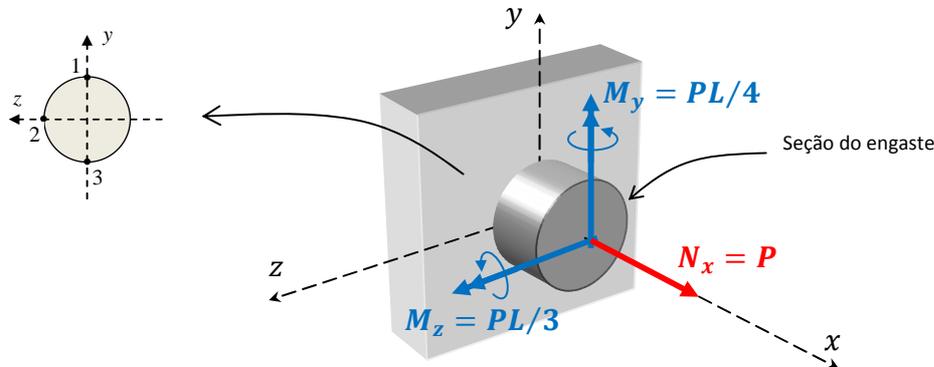


**Problema 1 (3.5 pontos).**

A figura mostra o esforço normal e momentos fletores atuantes na seção próxima ao engaste. O momento  $M_z$  produz uma flexão no plano  $xy$  e  $M_y$  produz uma flexão no plano  $xz$ . Não há torção.



O estado de tensão é uniaxial em todos os pontos da seção (superposição de flexão pura e esforço axial):

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

No ponto 1:

$$\sigma_{xx} = \frac{4P}{\pi D^2} - \frac{32PL}{3\pi D^3}$$

No ponto 2:

$$\sigma_{xx} = \frac{4P}{\pi D^2} + \frac{8PL}{\pi D^3}$$

No ponto 3:

$$\sigma_{xx} = \frac{4P}{\pi D^2} + \frac{32PL}{3\pi D^3}$$

**Problema 2 (3,5 pontos).**

*Tensão normal devido a flexão* (a seção mais carregada é  $x = L/2$ )

- $\max\{|M(x)|\} = |M(L/2)| = PL/4 = 3 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- $\max\{|\sigma_{xx}(x, y)|\} = |\sigma_{xx}(L/2, \pm D/2)| = (D/2)(|M(L/2)|/I) = 133/I$ , onde  $I$  é o momento de inércia da seção em  $\text{m}^4$  com  $\sigma_{xx}$  em Pa.

*Tensão cisalhante devido ao momento torsor*

- $\sigma_{xz} = (D/2)(T/J) = 151/J$ , onde  $J$  é o momento polar de inércia da seção em  $\text{m}^4$  com  $\sigma_{xz}$  em Pa.
- $J = 2I \Rightarrow \sigma_{xz} = 75,6/I$

*Cálculo das tensões principais*

- $\sigma_m = (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})/2 = 66,8/I$
- $R = \sqrt{((\sigma_{xx} + \sigma_{zz})/2)^2 + \sigma_{xz}^2} = 101/I$
- $\sigma_I = \sigma_m + R = 167/I$

- $\sigma_{II} = \sigma_m - R = -34,1/I$
- $\sigma_1 = 167/I, \sigma_2 = 0, \text{ e } \sigma_3 = -34,1/I$
- $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 101/I$
- Critério de Tresca:  $\tau_{\max} < (S_Y/2)/n_{\text{seg}}$ , onde  $n_{\text{seg}}$  é o coeficiente de segurança.
- Logo:  $I > 101(2n_{\text{seg}}/S_Y) = 122 \text{ cm}^4$

Assim, o momento de inércia da seção tubular deve ser maior do que  $122 \text{ cm}^4$ . Dentre os tubos apresentados na tabela, o escolhido é aquele que possui espessura de 5,5 mm e 11,3 kgf/m de peso, e cujo momento de inércia da seção transversal é  $126 \text{ cm}^4$ .

### Problema 3 (3,0 pontos).

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_A = 450 \times 10^{-6}$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_B = \epsilon(-45^\circ) &= \frac{(\epsilon_{xx} + \epsilon_{\theta\theta})}{2} - \epsilon_{x\theta} \\ \epsilon_C = \epsilon(+45^\circ) &= \frac{(\epsilon_{xx} + \epsilon_{\theta\theta})}{2} + \epsilon_{x\theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_B + \epsilon_C - \epsilon_{xx} = 150 \times 10^{-6} \\ \epsilon_{x\theta} = 0 \end{cases}$$

Estado plano de tensão

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{\theta\theta}) = 109 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1 - \nu^2} (\nu\epsilon_{xx} + \epsilon_{\theta\theta}) = 62,6 \text{ MPa}$$

Determinação da Pressão e Força Axial

$$\sigma_{\theta\theta} = PD/2t \Rightarrow P = 6,26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xx} = PD/4t + F/\pi Dt \Rightarrow F = 122 \text{ kN}$$

Dobrando-se a força  $F$  e mantendo-se a pressão inalterada, as tensão axial assume o valor:

$$\sigma_{xx} = PD/4t + 2F/\pi Dt = 186 \text{ MPa}$$

A tensão circunferencial,  $\sigma_{\theta\theta} = 62,6 \text{ MPa}$ , não sofre alteração.

Assim, as tensões principais são (note que  $x$  e  $\theta$  já são direções principais):

$$\sigma_1 = \sigma_{xx} = 186 \text{ MPa}, \sigma_2 = \sigma_{\theta\theta} = 62,6 \text{ MPa}, \text{ e } \sigma_3 = 0$$

A máxima tensão cisalhante passa a ser:

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 93,1 \text{ MPa} < S_Y/2 = 100 \text{ MPa}$$

Portanto, é possível dobrar o valor da força axial sem que o material do vaso seja levado ao escoamento.