

Problema 1.

(A) Estado de Tensão

(i) Tensões devido à pressão interna

$$\sigma_{xx}^P = PD/4t$$

$$\sigma_{\theta\theta}^P = PD/2t$$

(ii) Tensões devido ao esforço normal

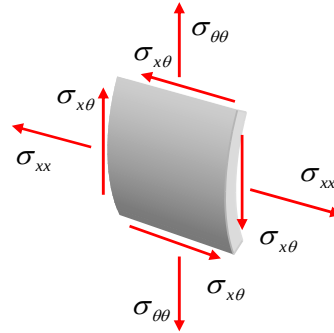
$$\sigma_{xx}^F = F/A = F/\pi Dt$$

(iii) Tensões devido ao momento torsor (no ponto de medida das deformações: $r = D/2$)

$$\sigma_{x\theta}^T = \frac{D}{2} \frac{T}{J} = \frac{D}{2} \frac{T}{(\pi D^3 t/4)} = 2T/\pi D^2 t$$

(iv) Tensões combinadas (estado plano de tensão)

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{PD}{4t} + \frac{F}{\pi Dt} \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{PD}{2t} \\ \sigma_{x\theta} &= \frac{2T}{\pi D^2 t} \end{aligned} \quad [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{x\theta} & \sigma_{xr} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta r} \\ \sigma_{xr} & \sigma_{\theta r} & \sigma_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} PD/4t + F/\pi Dt & 2T/\pi D^2 t & 0 \\ 2T/\pi D^2 t & PD/2t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



(B) Deformações

$$\varepsilon_A = \varepsilon_{xx}$$

$$\varepsilon_B = \varepsilon(-45^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{\theta\theta}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{\theta\theta}}{2} \cos(-90^\circ) + \varepsilon_{x\theta} \sin(-90^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{\theta\theta}}{2} - \varepsilon_{x\theta}$$

$$\varepsilon_C = \varepsilon(45^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{\theta\theta}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{\theta\theta}}{2} \cos(90^\circ) + \varepsilon_{x\theta} \sin(90^\circ) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{\theta\theta}}{2} + \varepsilon_{x\theta}$$

Portanto:

(C) Relações tensão-deformação no estado plano de tensão

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{\theta\theta})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{\theta\theta})$$

$$\sigma_{x\theta} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{x\theta}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{PD}{4t} + \frac{F}{\pi D t} &= \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_A + \nu(\varepsilon_B + \varepsilon_C - \varepsilon_A)] \\ \frac{PD}{2t} &= \frac{E}{1-\nu^2} [\nu \varepsilon_A + (\varepsilon_B + \varepsilon_C - \varepsilon_A)] \\ \frac{2T}{\pi D^2 t} &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_B}{2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} P = -\frac{2Et}{D(1-\nu^2)} [(1-\nu)\varepsilon_A - \varepsilon_B - \varepsilon_C] \\ F = \frac{\pi D E t}{1-\nu^2} [3(1-\nu)\varepsilon_A - (1-2\nu)(\varepsilon_B + \varepsilon_C)] \\ T = \frac{\pi D^2 E t}{2(1+\nu)} \left(\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_B}{2} \right) \end{cases}$$

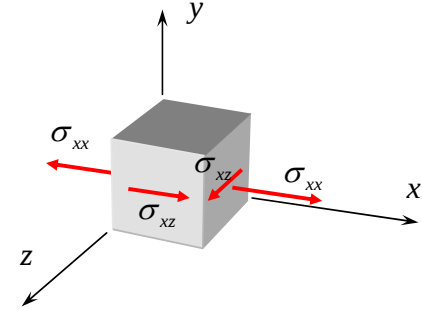
Problema 2.

(A) Ponto 1 (desprezando tensão cisalhante devido à flexão)

(i) Flexão no plano xy: $\sigma_{xx}^{flexão} = -\left(\frac{D}{2}\right) \frac{(-PL)}{(\pi D^4/64)} = \frac{32PL}{\pi D^3}$

(ii) Esforço normal: $\sigma_{xx}^{normal} = \frac{P}{A} = \frac{4P}{\pi D^2}$

(ii) Torção: $\sigma_{xz}^{torção} = \left(\frac{D}{2}\right) \frac{(PL)}{(\pi D^4/32)} = \frac{16PL}{\pi D^3}$



(iv) Tensões combinadas (estado plano de tensão)

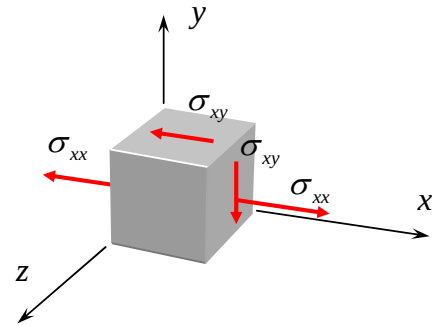
$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{32PL}{\pi D^3} + \frac{4P}{\pi D^2} \\ \sigma_{xz} &= \frac{16PL}{\pi D^3} \end{aligned} \quad [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32PL/\pi D^3 + 4P/\pi D^2 & 0 & 16PL/\pi D^3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 16PL/\pi D^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(A) Ponto 2 (desprezando tensão cisalhante devido à flexão)

(i) Flexão no plano xz: $\sigma_{xx}^{flexão} = -\left(\frac{D}{2}\right) \frac{(-PL)}{(\pi D^4/64)} = \frac{32PL}{\pi D^3}$

(ii) Esforço normal: $\sigma_{xx}^{normal} = \frac{P}{A} = \frac{4P}{\pi D^2}$

(ii) Torção: $\sigma_{xy}^{torção} = -\left(\frac{D}{2}\right) \frac{(PL)}{(\pi D^4/32)} = -\frac{16PL}{\pi D^3}$



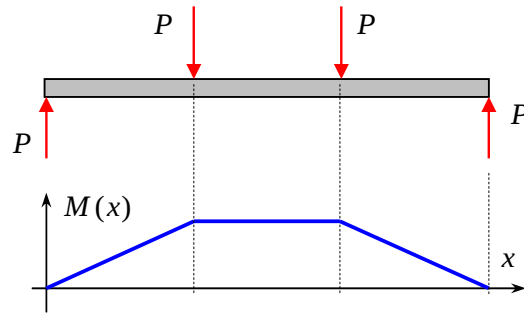
(iv) Tensões combinadas (estado plano de tensão)

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{32PL}{\pi D^3} + \frac{4P}{\pi D^2} \\ \sigma_{xy} &= -\frac{16PL}{\pi D^3} \end{aligned} \quad [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32PL/\pi D^3 + 4P/\pi D^2 & -16PL/\pi D^3 & 0 \\ -16PL/\pi D^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Problema 3.

(A) Distribuição de Momento Fletor

$$M(x) = \begin{cases} Px, & 0 < x < L/3 \\ PL/3, & L/3 < x < 2L/3 \\ P(L-x), & 2L/3 < x < L \end{cases}$$



(B) Tensão de Flexão Máxima

$$\max \left\{ \left\| \sigma_{xx}(x, y) \right\| \right\} = \left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{PL/3}{bh^3/12} \right) = \frac{2PL}{bh^2} < S_y \Rightarrow h > \sqrt{\frac{2PL}{bS_y}} = 3,06 \text{ mm}$$

Problema 4.

$$\sigma_{av} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} = 35.0 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \sigma_{xy}^2} = 175 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = \sigma_I = \sigma_{av} + R = 210 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{zz} = 0$$

$$\sigma_3 = \sigma_{II} = \sigma_{av} - R = -140 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 175 \text{ MPa} > S_y/2$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right)} = 305 \text{ MPa} < S_y$$

De acordo com o critério de Tresca, o componente estaria operando no regime plástico. Por outro lado, pelo critério de von Mises, o componente ainda estaria dentro do regime elástico.