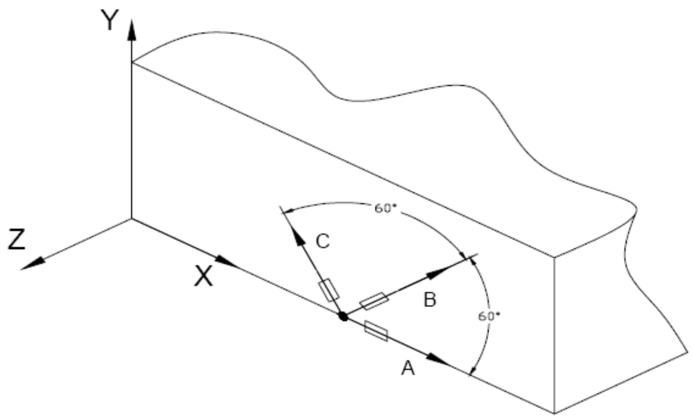
3ª Questão

Em uma viga foram feitas medições de deformações em um ponto A, através de uma roseta a 60°, obtendo-se os seguintes resultados: $\varepsilon_a = 40\ \mu$; $\varepsilon_b = 980\ \mu$; $\varepsilon_c = 330\ \mu$.
Usando os eixos coordenados indicados, determinar para o ponto A: a) as deformações principais. b) a deformação máxima cisalhante. (Adotar ν=0,29).



$$\varepsilon_A = \varepsilon_{xx}$$

$$\varepsilon_B = \varepsilon(60°) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\cos(120°) + \varepsilon_{xx}\sin(120°)$$

$$\varepsilon_C = \varepsilon(120°) = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\cos(240°) + \varepsilon_{xx}\sin(240°)$$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_A = 40 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{2(\varepsilon_B + \varepsilon_C) - \varepsilon_A}{3} = 860 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\sqrt{3}}{3}(\varepsilon_B - \varepsilon_C) = 375 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} = 450 \times 10^{-6}$$

$$R_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xx}}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} = 556 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_I = \varepsilon_m + R_\varepsilon = 1006 \times 10^{-6}, \quad \varepsilon_{II} = \varepsilon_m - R_\varepsilon = -106 \times 10^{-6}$$

$$\sigma_{zz} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) = -368 \times 10^{-6}$$ (ver demonstração abaixo)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_I = 1006 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_{II} = -106 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_{zz} = -368 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \gamma_{max} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{4} = 343 \times 10^{-6}$$

Demonstração:

Estado plano de tensão: $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} - \nu \frac{\sigma_{yy}}{E}$$
$$\varepsilon_{yy} = -\nu \frac{\sigma_{xx}}{E} + \frac{\sigma_{yy}}{E} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} = \frac{1-\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})$$
$$\varepsilon_{zz} = \frac{-\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$