Problema 1 (2.5 pontos).

Equilíbrio: $f = 3P/2L$ (a força compressiva P é completamente equilibrada pela força de atrito)

$$n(x) = \begin{cases} 3P/2L & 0 < x < 2L/3 \\ 0 & 2L/3 < x < L \end{cases}$$

$$\frac{dN}{dx} = \begin{cases} -3P/2L & 0 < x < 2L/3 \\ 0 & 2L/3 < x < L \end{cases} \Rightarrow N(x) = \begin{cases} -3Px/2L + c_1 & 0 < x < 2L/3 \\ d_1 & 2L/3 < x < L \end{cases}$$

$N(L) = -P \;\Rightarrow d_1 = -P$ (a força normal no topo da estaca é conhecida)

$N(2L/3^+) = N(2L/3^-) \;\Rightarrow\; c_1 = 0$ (além do esforço normal ter que ser contínuo em $x = 2L/3$, ele deve também ser nulo em $x = 0$, pois assumimos que a força compressiva é completamente equilibrada pela força de atrito)

$$N(x) = \begin{cases} -3Px/2L & 0 < x < 2L/3 \\ -P & 2L/3 < x < L \end{cases}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{N(x)}{EA} \Rightarrow \frac{du}{dx} = \begin{cases} -3Px/2EAL & 0 < x < 2L/3 \\ -P/EA & 2L/3 < x < L \end{cases}$$

$$u(x) = \begin{cases} -3Px^2/4EAL + c_2 & 0 < x < 2L/3 \\ -Px/EA + d_2 & 2L/3 < x < L \end{cases}$$

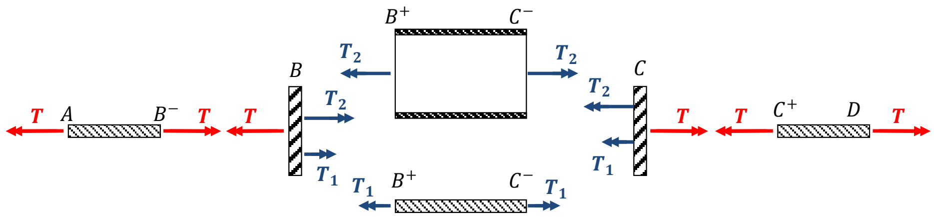
$u(0) = 0 \;\Rightarrow\; c_2 = 0$ (deslocamento vertical no ponto O é nulo)

$u(2L/3^+) = u(2L/3^-) \;\Rightarrow\; d_2 = PL/3EA$ (deslocamento deve ser contínuo em $x = 2L/3$)

$$u(x) = \begin{cases} -(PL/3EA)(3x/2L)^2 & 0 < x < 2L/3 \\ -(PL/3EA)[(3x/L) - 1] & 2L/3 < x < L \end{cases}$$

Variação no comprimento da barra: $u(L) = -2PL/3EA$

Problema 2 (2,5 pontos).



(1) Equilíbrio em B e C: $T_1 + T_2 = T$
(2) Rotação no segmento BC do eixo: $\Delta\theta_{CB}^{(1)} = T_1(L/2)/G_1J_1$
(3) Rotação no tubo BC: $\Delta\theta_{CB}^{(2)} = T_2(L/2)/G_2J_2$
(4) Compatibilidade geométrica: $\Delta\theta_{CB}^{(1)} = \Delta\theta_{CB}^{(2)} \;\Rightarrow\; T_2 = (G_2J_2/G_1J_1)T_1$

Combinando (1) e (4):

$$T_1 = \frac{G_1J_1}{G_1J_1 + G_2J_2}T \;\text{ e }\; T_2 = \frac{G_2J_2}{G_1J_1 + G_2J_2}T$$

Ângulo de torção:

$$\Delta\theta = \theta_D - \theta_A = (\theta_D - \theta_C) + (\theta_C - \theta_B) + (\theta_B - \theta_A)$$
$$(\theta_D - \theta_C) = T(L/4)/G_1J_1$$
$$(\theta_C - \theta_B) = T_1(L/2)/G_1J_1 = T(L/2)/(G_1J_1 + G_2J_2)$$
$$(\theta_B - \theta_A) = T(L/4)/G_1J_1$$

Logo:

$$\Delta\theta = \frac{TL}{2G_1J_1}\left[1 + \frac{G_1J_1}{G_1J_1 + G_2J_2}\right]$$

Problema 3 (2,5 pontos)

Notação: 1 Concreto; 2 Arames de aço.

Equilíbrio: $N_1 + N_2 = P$ (forças compressivas)

Deformações: $\epsilon_1 = N_1/E_1A_1$ no cilindro de concreto e $\epsilon_2 = N_2/E_2A_2$ nos arames de aço

Compatibilidade geométrica: $\epsilon_1 = \epsilon_1 \Rightarrow N_2 = (E_2A_2/E_1A_1)N_1$

Logo, a partir da eq. de equilíbrio: $N_1 = (E_1A_1/(E_1A_1 + E_2A_2))P$ e $N_2 = (E_2A_2/(E_1A_1 + E_2A_2))P$

Tensões compressivas:

$\sigma_1 = N_1/A_1 = (E_1/(E_1A_1 + E_2A_2))P$

$\sigma_2 = N_2/A_2 = (E_2/(E_1A_1 + E_2A_2))P$

Área total dos arames: $A_2 = 12(\pi D_2^2/4) = 3{,}77 \times 10^{-3}$ m^2

Área total do concreto: $A_1 = (\pi D_2^2/4) - A_2 = 1{,}93 \times 10^{-1}$ m^2

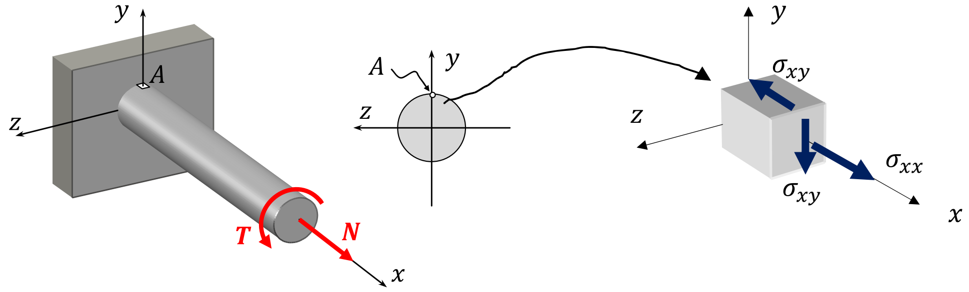
$E_1A_1 = 5{,}58 \times 10^9$ N e $E_2A_2 = 7{,}54 \times 10^9$ N

$\sigma_1 = 4{,}58\,P < 16 \times 10^6 \Rightarrow P < 3.500$ kN

$\sigma_1 = 31{,}6\,P < 140 \times 10^6 \Rightarrow P < 4.440$ kN

$P_{max} = 3.500$ kN (o menor valor entre os dois calculados acima)

Problema 4 (2,5 pontos).



Tensão longitudinal devido ao esforço normal: $\sigma_{xx} = N/A = 4N/\pi D^2 = 10{,}2$ MPa

Tensão cisalhante devido ao momento torsor: $\sigma_{xy} = -(D/2)(T/J) = -16T/\pi D^3 = -40{,}7$ MPa

$\sigma_m = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2 = 5{,}09$ MPa

$R = \sqrt{((\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2)^2 + \sigma_{xy}^2} = 41{,}1$ MPa

$\sigma_I = \sigma_m + R = 46{,}2$ MPa

$\sigma_{II} = \sigma_m - R = -36{,}0$ MPa

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_I = 46{,}2 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_3 = \sigma_{II} = -36{,}0 \text{ MPa} \end{cases}$$

$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 41{,}1$ MPa